

Вектор Пойнтинга и новая теория трансформатора. Ч. 8. Чередующиеся обмотки

ШАКИРОВ М.А.

Построена корректная теория трансформатора с чередующимися обмотками, базирующаяся на двух основных положениях: идее передачи мощности от первичной обмотки к вторичной посредством вектора Пойнтинга и представлении о главенствующей роли векторного потенциала в описании физических процессов. Предложено рассматривать такой трансформатор как частный случай многообмоточного, в котором обмотки поделены на две группы с внутренними соединениями, одна из которых образует первичную цепь, а вторая – вторичную, что позволило напрямую получать универсальные схемы замещения трансформатора из схемных моделей многообмоточного, рассмотренного ранее (см. «Электричество», 2017, № 4). Универсальность схем означает, что, во-первых, в них отображаются все магнитные потоки в стали и окне устройства, а во-вторых, что они одинаково пригодны как для цилиндрических, так и дисковых трансформаторов с чередующимися обмотками. Последнее показано исходя из принципа эквивалентности этих устройств, сформулированного в статье автора (см. «Электричество», 2019, № 3). Доказано, что в сравнении с обычными в трансформаторах с чередующимися обмотками в режимах короткого замыкания возникают дополнительные сверхтоки (т.е. потоки, превышающие поток холостого хода), что необходимо учитывать при анализе их электродинамической устойчивости к аварийным ситуациям.

К л ю ч е в ы е с л о в а: трансформатор, дисковая обмотка, магнитный поток, схема замещения, короткое замыкание, вектор Пойнтинга, векторный потенциал

Термин «чередующиеся обмотки» применяется к трансформаторам, в которых катушки высшего и низшего напряжения чередуются друг с другом. Обмотки могут быть как цилиндрическими, так и дисковыми [1–4]. Обычно используются симметричные чередующиеся обмотки, которые разбивают на элементарные секции, состоящие из половинок катушек высшего и низшего напряжения. В последующем расчеты сводятся к анализу Т- или П-образных схем замещения упрощенного трансформатора с этими полуобмотками [1]. Между тем, как показано в [5–16], эти модели не отображают сути реальных процессов внутри трансформатора и приводят к большим ошибкам при оценке его электродинамической стойкости при коротких замыканиях (КЗ). В связи с этим в [17–21] были разработаны основы универсальной теории, базирующейся на концепции описания передачи энергии посредством вектора Пойнтинга через промежуток между обмотками и анализе физических процессов с учетом распределения векторного потенциала в трансформаторе. Это привело к созданию схем замещения с большим числом элементов для отображения на них всех реальных магнитных потоков. Соответствующая модель для обычного двухобмоточного трансформатора имеет вид 4Т-образной схемы замещения. Что же касается Т-, П- и Г-образных моделей традиционной теории, то они как

получаемые в результате грубого упрощения 4Т-образной схемы замещения пригодны лишь для представления трансформаторов во внешних сетях и системах. Модели 4Т-образные положены в основу 2nТ-образных схем замещения многообмоточных трансформаторов, где n – число обмоток [20]. Исходной идеей данной статьи является представление трансформатора с чередующимися обмотками как частного случая многообмоточного трансформатора, часть обмоток которого оказывается нагруженной не на отдельные сопротивления, а имеет друг с другом внутреннюю связь, такую, что одна группа этих обмоток образует первичную цепь, а другая – вторичную.

Цель работы – получение адекватных схем замещения трансформатора с чередующимися обмотками непосредственно исходя из возможностей универсальной теории, т.е. на основе исследования распределения векторного потенциала или функции потока в нем. Одновременно выявляются места магнитных перегрузок в этих трансформаторах при КЗ, что необходимо для правильной оценки их электродинамической стойкости в аварийных ситуациях.

Вектор Пойнтинга в идеализированном трансформаторе с одной ячейкой чередующихся обмоток. Для того чтобы получить математически строгие соотношения, рассмотрим простейший плоский идеа-

лизированный броневой трансформатор с цилиндрическими обмотками (рис. 1,а). Первичная А-обмотка (к ней приложено напряжение \dot{U}_1) состоит из двух одинаковых последовательно включенных половинок (а-полуобмоток), каждая шириной a и

числом витков w_a . Общее число витков первичной обмотки

$$w_A = 2w_a. \tag{1}$$

Вторичная В-обмотка (ее напряжение обозначим через \dot{U}_2) также содержит две последовательно

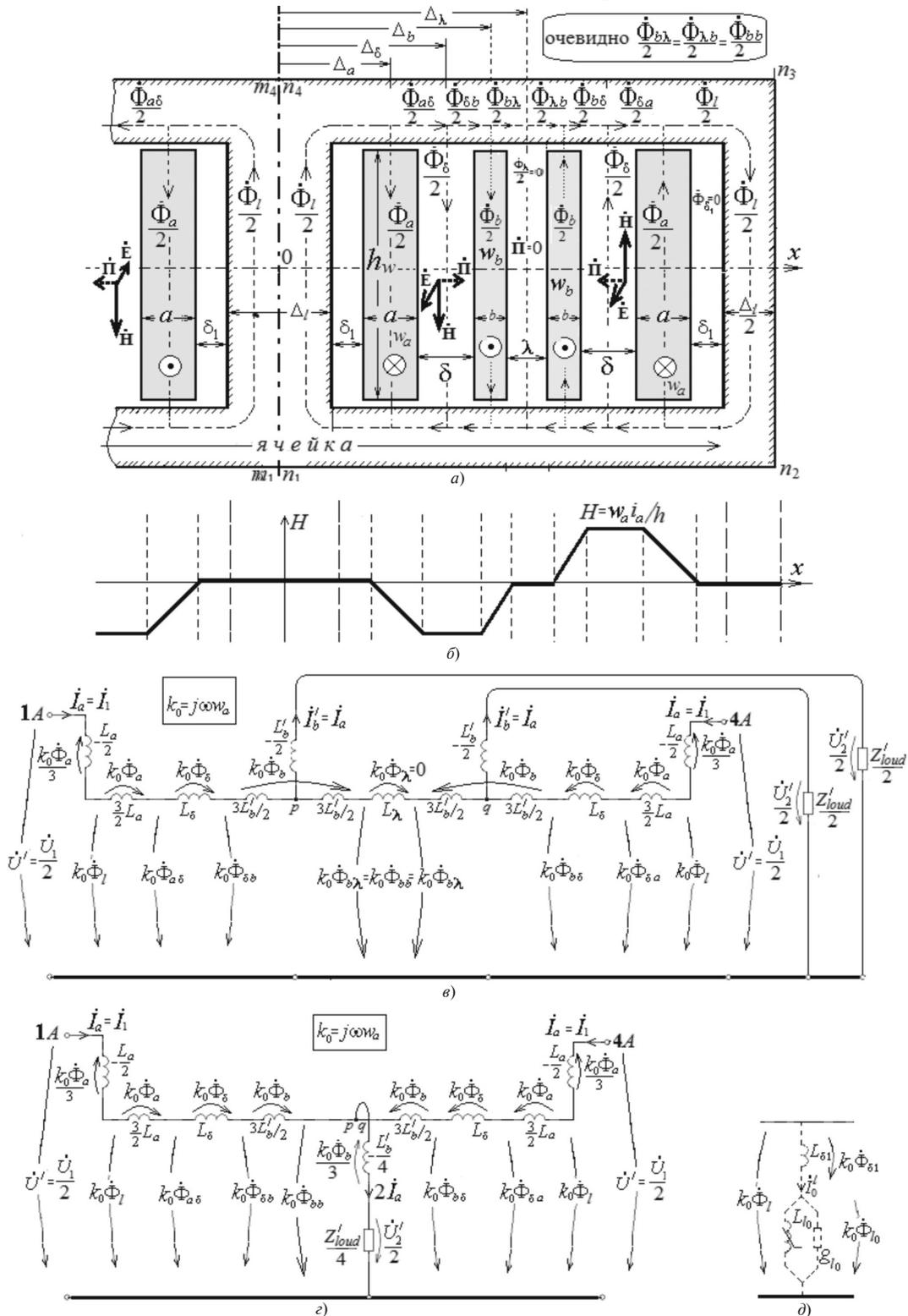


Рис. 1. Ячейка чередующейся обмотки (а) и распределение напряженности магнитного поля в ней (б); ее 2nT-образная схема замещения до (в) и после (г) преобразования, а также пример учета магнитных потерь в стержне и примыкающем к нему зазоре шириной δ_1 (д)

включенные b -полуобмотки; общее число ее витков

$$w_B = 2w_b. \quad (2)$$

Она нагружена на сопротивление Z_{load} . Коэффициент трансформации

$$n = w_A / w_B = w_a / w_b. \quad (3)$$

Трансформатор имеет длину l_0 в направлении, перпендикулярном чертежу (рис. 1,а), на котором представлено разбиение потоков $\dot{\Phi}_l$, $\dot{\Phi}_a$ и др. на половины $\dot{\Phi}_l/2$, $\dot{\Phi}_a/2$ и др. по разные стороны от центрального стержня.

Основные допущения:

активные сопротивления всех обмоток равны нулю, т.е. $R_a = R_b = 0$;

сталь магнитопровода идеальна, $\mu_{сталь} = \infty$;

высота обмоток $h_w = h$, где h – высота окна;

линии магнитной индукции в окне параллельны оси стержня;

токи a -полуобмоток ($\dot{I}_a = \dot{I}_1$) и b -полуобмоток ($\dot{I}_b = \dot{I}_2$) связаны соотношениями:

$$\dot{I}_b = w_a \dot{I}_a / w_b = n \dot{I}_a; \quad \dot{I}'_b = \dot{I}'_a = \dot{I}_b / n; \quad (4)$$

электрические величины удовлетворяют уравнению

$$\dot{U}_1 = (jx_{sh} + Z'_{load}) \dot{I}_1, \quad (5)$$

где x_{sh} – сопротивление КЗ ячейки;

$$x_{sh} = \omega L_{sh}, \quad Z'_{load} = n^2 Z_{load}; \quad (6)$$

$$\dot{U}'_2 \equiv n \dot{U}_2 = Z'_{load} \dot{I}_b. \quad (7)$$

На рис. 1,а дана разметка магнитных потоков при восприятии ячейки как четырехобмоточного трансформатора [20]. Вследствие симметрии конструкции напряженность магнитного поля в промежутке λ между b -полуобмотками равна нулю. Поэтому и поток между ними $\dot{\Phi}_\lambda = 0$, что позволяет выделить две одинаковые секции шириной Δ_λ , каждая из которых состоит из одной a -полуобмотки и одной b -полуобмотки. Очевидно, картины магнитных полей секций взаимно антисимметричны, из чего следует:

имеют место два встречных потока вектора Пойнтинга $\dot{\mathbf{P}}$ по обе стороны вторичной B -обмотки, тогда как вектор Пойнтинга в промежутке λ между b -полуобмотками равен нулю $\dot{\mathbf{P}}_\lambda = 0$;

потоки в стали разных секций одинаковы:

$$\dot{\Phi}_{ad} = \dot{\Phi}_{\delta a}; \quad (8)$$

$$\dot{\Phi}_{\delta b} = \dot{\Phi}_{b\delta}; \quad (9)$$

$$\dot{\Phi}_{b\lambda} = \dot{\Phi}_{\lambda b} = \dot{\Phi}_{bb}, \quad (10)$$

где $\dot{\Phi}_{bb}$ – обозначение потока в стали над и под B -обмоткой в целом;

потоки внутри каждой секции связаны соотношениями:

$$\dot{\Phi}_l = \dot{\Phi}_a + \dot{\Phi}_{ad}; \quad (11)$$

$$\dot{\Phi}_\delta = \dot{\Phi}_{ad} - \dot{\Phi}_{\delta b}; \quad (12)$$

$$\dot{\Phi}_b = \dot{\Phi}_{\delta b} - \dot{\Phi}_{b\lambda} \quad (13)$$

или с учетом (7)

$$\dot{\Phi}_b = \dot{\Phi}_{\delta b} - \dot{\Phi}_{bb}. \quad (14)$$

Схемная модель должна одновременно удовлетворять как (4)–(7), так и (8)–(14).

2nТ-образная схема замещения ячейки. При числе обмоток устройства, равном четырем, значение $2nT = 2 \times 4T = 8T$, и для получения его схемы замещения можно воспользоваться правилами построения 8Т-образной модели четырехобмоточного трансформатора [20]. Схема, построенная строго по этой методике, представлена на рис. 1,в. Зажим $1A$ соответствует a -полуобмотке, ближайшей к стержню, а зажим $4A$ – a -полуобмотке, ближайшей к боковому ярму. Каждая a -полуобмотка находится под напряжением:

$$U_a = U_1 / 2; \quad \dot{I}_a = \dot{I}_1. \quad (15)$$

Все элементы этой схемы приведены к числу витков a -полуобмотки [20]:

$$L_a = \beta_0 \frac{s_a}{3}; \quad L_\delta = \beta_0 s_\delta; \quad L'_b = \beta_0 \frac{s_b}{3}; \quad L_\lambda = \beta_0 s_\lambda, \quad (16)$$

где

$$\beta_0 = \mu_0 \frac{w_a^2}{h} = \mu_0 \frac{w_A^2}{h^2}; \quad (17)$$

s_k – суммарные площади поперечных сечений элементов левого и правого окон:

$$s_a = a2l_0; \quad s_b = b2l_0; \quad s_\delta = \delta 2l_0; \quad s_\lambda = \lambda 2l_0. \quad (18)$$

Сопротивление КЗ ячейки. Разметка токов на схеме (рис. 1,в) выполнена с учетом того, что ток в ветви между узлами p и q равен нулю, поскольку напряжение $k_0 \dot{\Phi}_\lambda = 0$. Эту ветвь можно устранить как ее размыканием, так и замыканием узлов p и q , при котором получим схему (рис. 1,з). Выбирая в ней левый контур, по второму закону Кирхгофа получаем уравнение

$$\frac{\dot{U}_1}{2} = j\omega \left(L_a + L_\delta + \frac{3L'_b}{2} \right) \dot{I}_a + \left(-j\omega \frac{L'_b}{4} + \frac{Z'_{load}}{4} \right) 2\dot{I}_a, \quad (19)$$

которое после элементарных преобразований превращается в выражение (5), в котором индуктивное сопротивление КЗ ячейки

$$L_{sh} = 2(L_a + L_\delta + L'_b) \quad (20)$$

или согласно (16)–(18)

$$L_{sh} = 2\beta_0 2l_0 \left(\frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3} \right) = 2\mu_0 \frac{2l_0 w_A^2}{h^2} \left(\frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3} \right), \quad (21)$$

что совпадает с известным выражением для L_{sh} , приведенным, например, в [1].

Сумма в скобках выражения (20) представляет собой индуктивность КЗ секции ячейки, в чем нетрудно убедиться, если в схеме (рис. 1, в) устранить ветвь pq ее размыканием. В результате схема распадется на два контура, каждый из которых представляет схему замещения трансформатора, состоящего из a - и b -полуобмоток, т.е. секции, характеризующейся индуктивностью КЗ

$$L_{sh}^{sect} = L_a + L_\delta + L'_b, \quad (22)$$

или с учетом (16)–(18) и (21)

$$L_{sh}^{sect} = \frac{L_{sh}}{2} = \mu_0 \frac{2l_0 w_a^2}{h} \left(\frac{a}{3} + \delta + \frac{b}{3} \right). \quad (23)$$

Выбирая левый контур, включающий узлы IA , p и крайнее справа сопротивление нагрузки (рис. 1, в), по второму закону Кирхгофа получаем уравнение

$$\frac{\dot{U}_1}{2} = \left(j\omega L_{sh}^{sect} + \frac{Z'_{load}}{2} \right) \dot{I}_a, \quad (24)$$

которое после умножения на два также превращается в уравнение (5). Уравнение (7) отражено непосредственно на схемах (рис. 1, в и г). На них также отображены все магнитные связи (8)–(14).

Далее понадобятся следующие отношения:

$$\frac{L_a}{L_{sh}} = \frac{a/\delta}{2(a/\delta + 3 + b/\delta)}, \quad \frac{L_\delta}{L_{sh}} = \frac{3}{2(a/\delta + 3 + b/\delta)},$$

$$\frac{L'_b}{L_{sh}} = \frac{b/\delta}{2(a/\delta + 3 + b/\delta)}. \quad (25)$$

Примечание 1. Для обычного двухобмоточного трансформатора с сосредоточенными обмотками (число витков w_A , w_B , ширина обмоток соответственно $a_1 = 2a$, $a_2 = 2b$, ширина промежутка между ними a_{12}) индуктивность КЗ равна [1, с. 119]:

$$L_{sh}^0 = \mu_0 \frac{2l_0 w_A^2}{h} \left(\frac{a_1}{3} + a_{12} + \frac{a_2}{3} \right) =$$

$$= \mu_0 \frac{2l_0 w_A^2}{h} \left(\frac{2a}{3} + a_{12} + \frac{2b}{3} \right),$$

т.е. превышает индуктивность КЗ ячейки трансформатора с чередующимися обмотками в $\frac{L_{sh}^0}{L_{sh}} = 2 \frac{3a_{12} + 2(a+b)}{3\delta + (a+b)}$ раз. Если, например, $a_{12} = 2\delta$, то превышение будет в 4 раза.

Примечание 2. Схему (рис. 1, з), как симметричную, можно преобразовать, оставив один контур с поперечной ветвью нагрузки $(-j\omega L_b/2 + Z'_{load}/2)$, что будет соответствовать схемной модели одной секции.

Примечание 3. Переход от модели ячейки с идеальной сталью к схеме замещения с учетом насыщения и потерь в стали осуществляется добавлением поперечных ветвей «намагничивания», что показано на рис. 1, д [18–21].

Магнитные потоки в режиме КЗ. Схемы замещения (рис. 1, в и г) позволяют найти все потоки, показанные на рис. 1, а, при любой заданной нагрузке Z_{load} на зажимах вторичной B -обмотки. В режиме х.х. ($Z_{load} \rightarrow \infty$) потоки в окне равны нулю, а все потоки в стали ячейки одинаковы и равны

$$\dot{\Phi}_0 = \frac{\dot{U}_1}{j\omega w_A} = \frac{\dot{U}_1}{j\omega 2w_a} = \frac{2\dot{U}_a}{j\omega 2w_a} = \frac{\dot{U}_a}{j\omega w_a} = \frac{\dot{U}_a}{k_0}. \quad (26)$$

Это соотношение показывает, что поток х.х. предельно упрощенного трансформатора, состоящего из одной секции, совпадает с потоком х.х. ячейки.

Официальная теория утверждает, что в режиме КЗ магнитопровод трансформаторов якобы размагничивается [1–16]. Однако, как показано в [17–19, 21], в действительности при КЗ магнитопровод обычного трансформатора, во-первых, намагничивается неоднородно и, во вторых, в одной из его частей магнитный поток даже превосходит поток х.х., т.е. является сверхпотокотом КЗ по отношению к потоку х.х. Φ_0 , в то время как в некоторой другой части может образовываться поток, встречный потоку х.х. и названный в [18] антипотокотом КЗ. При исследовании этого явления в ячейке (рис. 1, а) будем помечать все величины при КЗ верхним индексом sh (от сочетания слов *short circuit*). Для тока при короткозамкнутой B -обмотке

$$\dot{I}_1^{sh} \equiv \dot{I}_a^{sh} = \frac{\dot{U}_1}{j\omega L_{sh}}. \quad (27)$$

Согласно второму закону Кирхгофа из схем (рис. 1, в и з) следует:

$$j\omega\left(-\frac{L_a}{2}\right)i_a^{sh} + k_0\dot{\Phi}_l^{sh} = \dot{U}_a \quad (28)$$

или с учетом (27), (15) и выражения $k_0 = j\omega w_a$

$$j\omega\left(-\frac{L_a}{2}\right)\frac{\dot{U}_1}{j\omega L_{sh}} + j\omega w_a \dot{\Phi}_l^{sh} = \frac{\dot{U}_1}{2}, \quad (29)$$

откуда согласно (26) и (25) получаем

$$\frac{\dot{\Phi}_l^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{\Phi}_l^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = 1 + \frac{L_a}{L_{sh}} = 1 + \frac{a}{2(a+3\delta+b)}. \quad (30)$$

Как видно, при КЗ поток в стержне превышает поток х.х., т.е. является сверхпоток КЗ.

Примечание 4. Аналогичная величина в обычном трансформаторе равна [18]:

$$1 + \frac{a_1}{2(a_1 + 3a_{12} + a_2)} = 1 + \frac{2a}{2(2a + 3a_{12} + 2b)} \quad (31)$$

и незначительно отличается от (30), а при $a_{12} = 2\delta$ и вовсе совпадает с ней.

Полученные по схемам (рис. 1, в и з) относительные значения всех потоков ячейки в режиме КЗ В-обмотки ячейки представлены в таблице.

Магнитные потоки в ячейке плоского трансформатора с чередующейся обмоткой при короткозамкнутой В-обмотке (рис. 1)

Область (участок) трансформатора	Выражения через индуктивности	Выражения через геометрические параметры обмоток
Стержень	$\frac{\dot{\Phi}_l^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = 1 + \frac{L_a}{L_{sh}}$ (сверхпоток КЗ)	$1 + \frac{a}{2(a+3\delta+b)}$
Участок a, δ стали	$\frac{\dot{\Phi}_{a\delta}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{\Phi}_{\delta a}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = 1 - 2 \frac{L_a}{L_{sh}}$	$1 - \frac{a}{(a+3\delta+b)}$
Участок δ, b стали	$\frac{\dot{\Phi}_{\delta b}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{\Phi}_{b\delta}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = 2 \frac{L'_b}{L_{sh}}$	$\frac{b}{(a+3\delta+b)}$
Участок b, δ, b стали	$\frac{\dot{\Phi}_{bb}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = -\frac{L'_b}{L_{sh}}$ (антипоток КЗ)	$-\frac{b}{2(a+3\delta+b)}$
a -полуобмотка	$\frac{\dot{\Phi}_a^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = 3 \frac{L_a}{L_{sh}}$	$\frac{3a}{2(a+3\delta+b)}$
δ -промежуток между полуобмотками	$\frac{\dot{\Phi}_\delta^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = 2 \frac{L_\delta}{L_{sh}}$	$\frac{3\delta}{(a+3\delta+b)}$
b -полуобмотка	$\frac{\dot{\Phi}_b^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = 3 \frac{L'_b}{L_{sh}}$	$\frac{3b}{2(a+3\delta+b)}$
Окно ячейки $\dot{\Phi}_{wind} = 2\dot{\Phi}_a + 2\dot{\Phi}_\delta + \dot{\Phi}_b$	$\frac{\dot{\Phi}_{wind}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = 2 \left(3 \frac{L_a}{L_{sh}} + 2 \frac{L_\delta}{L_{sh}} \right)$	$\frac{3(a+2\delta+b)}{2(a+3\delta+b)}$

Из таблицы следует, что, как и в обычном трансформаторе, в ячейке с чередующейся обмоткой в режиме КЗ имеют место как сверх-, так и антипоток КЗ. Более того, последний подчиняется и общей закономерности [18]:

$$\dot{\Phi}_{bb}^{sh} = -\frac{\dot{\Phi}_b^{sh}}{3}. \quad (32)$$

Особенность в том, что антипоток КЗ ячейки оказывается вытесненным в ее стыковое ядро!

Расчет магнитных потоков в ячейке под нагрузкой. Для определения относительных значений потоков ($\dot{\Phi}_k = \dot{\Phi}_k / \dot{\Phi}_0$) в трансформаторе при любой нагрузке Z_{load} достаточно знать три величины:

$$a/\delta, b/\delta, Z'_{load} / j\omega L_{sh},$$

при этом полезно ток по (5) с учетом (26) выразить через поток х.х.:

$$i_a \equiv I_1 = \frac{2k_0 \dot{\Phi}_0}{j\omega L_{sh} (1 + Z'_{load} / j\omega L_{sh})}. \quad (33)$$

Пример 1. Пусть геометрия обмоток ячейки (рис. 1, а) задана значениями: $a=60$ мм; $\delta=50$ мм; $b=40$ мм. Согласно (25)

$$L_a / L_{sh} = 0,12; L_\delta / L_{sh} = 0,3; L'_b / L_{sh} = 0,08..$$

Найдем потоки $\dot{\Phi}_b$ и $\dot{\Phi}_{bb}$ при реактивной нагрузке $Z'_{load} = j\omega L_{sh}$, т.е. при $\frac{Z'_{load}}{j\omega L_{sh}} = 1$.

Согласно (33) и схемам на рис. 1, в и з

$$\dot{I}_a = \frac{2k_0 \dot{\Phi}_0}{j\omega L_{sh}(1+1,0)} = \frac{k_0 \dot{\Phi}_0}{j\omega L_{sh}};$$

$$k_0 \dot{\Phi}_b = j\omega \frac{3}{2} L'_b \dot{I}_a = j\omega \frac{3}{2} L'_b \frac{k_0 \dot{\Phi}_0}{j\omega L_{sh}},$$

откуда

$$\frac{\dot{\Phi}_b}{\dot{\Phi}_0} = \frac{3}{2} \frac{L'_b}{L_{sh}} = 1,5 \cdot 0,08 = 0,12. \quad (34)$$

Из схем (рис. 1, в и з) также следует уравнение:

$$k_0 \dot{\Phi}_{bb} = -\frac{k_0 \dot{\Phi}_b}{3} + \frac{Z'_{load}}{4} 2\dot{I}_a =$$

$$= -\frac{k_0 0,12 \dot{\Phi}_0}{3} + \frac{Z'_{load}}{2} \frac{k_0 \dot{\Phi}_0}{j\omega L_{sh}} = k_0 \dot{\Phi}_0 \left(-0,04 + \frac{1}{2} \right),$$

следовательно,

$$\frac{\dot{\Phi}_{bb}}{\dot{\Phi}_0} = 0,46. \quad (35)$$

Эти же потоки в режиме КЗ согласно таблице равны:

$$\frac{\dot{\Phi}_b^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = 3 \frac{L'_b}{L_{sh}} = 3 \cdot 0,08 = 0,24; \quad (36)$$

$$\frac{\dot{\Phi}_{bb}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = -\frac{\dot{\Phi}_b^{sh}}{3} = -\frac{0,24}{3} = -0,08. \quad (37)$$

Относительное значение сверхтока КЗ для данного примера

$$\frac{\dot{\Phi}_I^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = 1 + \frac{L_a}{L_{sh}} = 1 + 0,12 = 1,12, \quad (38)$$

т.е. сверхток КЗ в стержне превышает поток х.х. на 12%. Аналогичные результаты в режиме КЗ имеют место в обычном трансформаторе при толщине обмоток $2a=120$ мм, $2b=80$ мм и промежутке между ними $2\delta=100$ мм. Вывод: чередование обмоток не приводит к уменьшению сверхтока КЗ в трансформаторе.

Анатомия ячейки с чередующимися обмотками.

Схемы (рис. 1, в и з) как отображающие магнитные потоки во всех частях стали и окна ячейки, являются «анатомическими» моделями. Эта же идея лежит в основе связей этих потоков с описанием физических процессов внутри трансформатора через распределение векторного потенциала $\dot{A}(x)$, характеризующего электромагнитное состояние любой его точки при заданной нагрузке. Термин «электромагнитное» означает, что функция $\dot{A}(x)$ позволяет одновременно с магнитными выявлять и электрические явления благодаря следующим ее связям с функциями магнитного потока $\dot{\Phi}(x)$ и напряженности электрического поля $\dot{E}(x)$:

$$\dot{\Phi}(x) = \dot{A}(x) 2l_0; \quad \dot{E}(x) = j\omega \dot{A}(x). \quad (39)$$

Выполняются соотношения:

$$\frac{\dot{\Phi}(x)}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{A}(x)}{\dot{A}_0} = \frac{\dot{E}(x)}{\dot{E}_0}, \quad (40)$$

где $\dot{\Phi}_0, \dot{A}_0, \dot{E}_0$ – соответствующие величины в режиме х.х. Из условия (рис. 1, а)

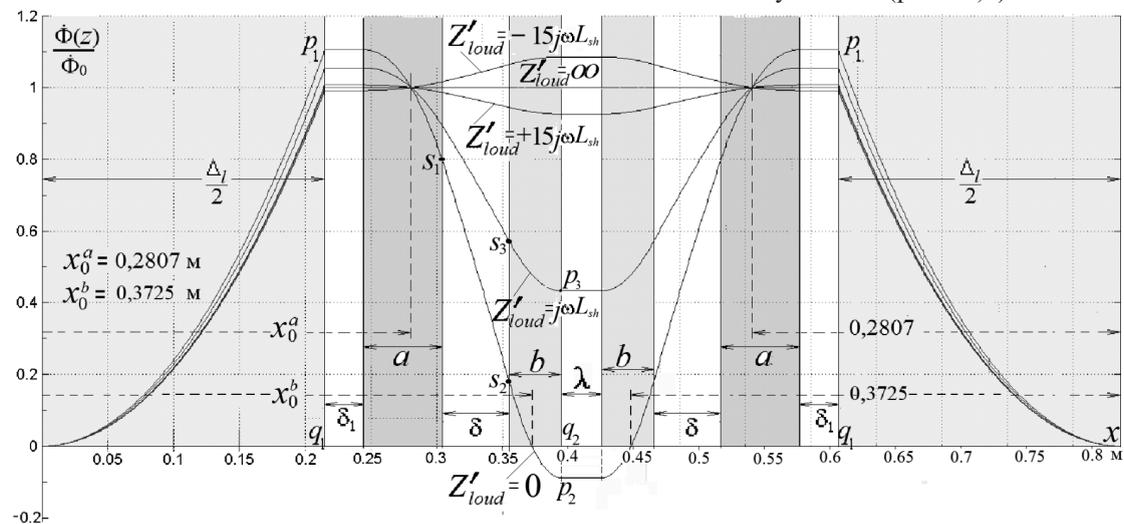


Рис. 2. Распределение функции потока в ячейке трансформатора при реактивной нагрузке

$$\dot{A}(0) \equiv \dot{A} \Big|_{x_{n1}} = 0; \quad \dot{\Phi}(0) \equiv \dot{\Phi} \Big|_{x_{n1}} = 0$$

следует, что и на внешней границе ячейки

$$\dot{A} \Big|_{x_{n2}} = 0; \quad \dot{\Phi} \Big|_{x_{n2}} = 0.$$

В пределах ячейки (рис. 1,а) графики распределения $A(x)$, $E(x)$, $\Phi(x)$ должны иметь вид взаимно-зеркально отображенных кривых. Это позволяет для их получения воспользоваться программой построения кривых для «искусственного» трансформатора с одной секцией, боковое ярмо которого имеет нулевую толщину при $x = \Delta_\lambda$. Вид семейства кривых ячейки, найденных таким образом для функции магнитного потока при х.х., КЗ и трех значениях реактивной нагрузки на зажимах B -обмотки, показан на рис. 2. Они получены для геометрии ячейки, приведенной в примере 1; размеры зазоров, толщины стержня и ярма ясны из рис. 2.

Пример 2. Определим потоки $\dot{\Phi}_b$ и $\dot{\Phi}_{bb}$ при нагрузке $Z'_{load} = j\omega L_{sh}$, воспользовавшись кривой $\Phi(x)/\Phi_0$ для этой нагрузки. Выделим на ней точки s_3, p_3 , лежащие на границе вторичной b -полуобмотки. Очевидно,

$$\frac{\dot{\Phi}_b}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{\Phi}_{s_3}}{\dot{\Phi}_0} - \frac{\dot{\Phi}_{p_3}}{\dot{\Phi}_0} = 0,58 - 0,46 = 0,12;$$

$$\frac{\dot{\Phi}_{bb}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{\Phi}_{p_3}}{\dot{\Phi}_0} = 0,46,$$

что совпадает соответственно с (34) и (35). В случае активно-реактивных нагрузок необходимо использовать кривые для модуля значения величины $\dot{\Phi}(x)/\dot{\Phi}_0$ и кривые для ее аргумента.

Характеристические поверхности ячейки. Важнейшим открытием универсальной теории трансформаторов является обнаружение общей точки семейства кривых $A(x)$ (а следовательно, и семейств $E(x)$, $\Phi(x)$), построенных для любых нагрузок [18–19, 21]. В случае ячейки на рис. 1,а таких точек две и обе находятся в пределах первичных a -полуобмоток, придавая семейству кривых (рис. 2) «паукобразный» вид. Положение одной из них определяется координатой

$$x_0^a = x_1^a + \frac{a}{\sqrt{6}} \sqrt{1 + \frac{x_1^a}{x_2^a}} \approx x_1^a + \frac{a}{\sqrt{3}}, \quad (41)$$

где $x_1^a = \Delta_a - a/2$; $x_2^a = \Delta_a + a/2$ – координаты границ a -полуобмотки (рис. 1,а). В [19] поверхность с

этой координатой названа A -инвариантной относительно нагрузки поверхностью. Учитывая связи (39), ее можно назвать также характеристической $AE\Phi$ -инвариантной поверхностью. На рис.2 демонстрируется еще и местонахождение внутри короткозамкнутой B -обмотки двух $AE\Phi$ нуль-поверхностей, т.е. поверхностей, на которых значения функций $A(x)$, $E(x)$, $\Phi(x)$ обращаются в нуль. Координата одной из них равна

$$x_0^b = x_2^b - \frac{b}{\sqrt{6}} \sqrt{1 + \frac{x_2^b}{x_1^b}} \approx x_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}}, \quad (42)$$

где $x_1^b = \Delta_b - b/2$, $x_2^b = \Delta_b$ – координаты границ b -полуобмотки (рис. 1,а). Описанные явления имеют место и в ячейках реальных трансформаторов при $\mu_{сталь} \neq \infty$ и учете потерь в стали, что можно показать методами, изложенными в [22]. Если первичной будет b -обмотка, то $AE\Phi$ -инвариантность перейдет к характеристической поверхности с координатой x_0^b , а поверхность с координатой x_0^a станет нуль-поверхностью; также поменяются местами сверх- и антипотоки КЗ. Существование характеристических поверхностей тесно связано с явлением образования сверх- и антипотоков в режиме КЗ трансформатора.

Пример 3. Рассмотрим, как эти потоки определяются по кривой режима КЗ на рис. 2. В соответствии со смыслом сверхпотока КЗ он фиксируется точкой p_1 на этой кривой, т.е.

$$\frac{\dot{\Phi}_I^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{\Phi}_{(p_1)}}{\dot{\Phi}_0} = p_1 q_1 = 1,12,$$

что совпадает с расчетом (38). По этой же кривой для потока $\dot{\Phi}_b^{sh}$ в толще b -полуобмотки можем написать

$$\frac{\dot{\Phi}_b^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{\Phi}_{(s_2)}}{\dot{\Phi}_0} - \frac{\dot{\Phi}_{(p_2)}}{\dot{\Phi}_0} = 0,16 - (-0,08) = 0,24,$$

что совпадает с (36). Аналогично определяем относительные значения для других потоков КЗ в окне, в частности

$$\frac{\dot{\Phi}_a^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{\Phi}_{(p_1)}}{\dot{\Phi}_0} - \frac{\dot{\Phi}_{(s_1)}}{\dot{\Phi}_0} = 1,12 - 0,8 = 0,32;$$

$$\frac{\dot{\Phi}_\delta^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{\Phi}_{(s_1)}}{\dot{\Phi}_0} - \frac{\dot{\Phi}_{(s_2)}}{\dot{\Phi}_0} = 0,8 - 0,16 = 0,64.$$

Поток в окне в режиме КЗ превышает поток в стержне:

$$\frac{\dot{\Phi}_{wind}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{\Phi}_{(p_1)}}{\dot{\Phi}_0} - \frac{\dot{\Phi}_{(p_2)}}{\dot{\Phi}_0} = 1,12 - (-0,08) = 1,20,$$

поэтому имеет место антипоток КЗ в стыковом ярме:

$$\frac{\dot{\Phi}_{bb}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{\Phi}_l^{sh}}{\dot{\Phi}_0} - \frac{\dot{\Phi}_{wind}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{\Phi}_{(p_2)}}{\dot{\Phi}_0} = p_2 q_2 = -0,08,$$

что совпадает с (37). Тем самым доказано: отрезок $p_1 q_1$ кривой функции потока $\dot{\Phi}(x)/\dot{\Phi}_0$ для режима КЗ определяет относительное значение сверхпотока КЗ в стержне ячейки с чередующейся обмоткой, а антипоток КЗ оказывается в ее стыковом ярме и определяется отрезком $p_2 q_2$ той же кривой.

Используя связи (6)–(7), можно найти также относительные значения и других потоков в стали ($\dot{\Phi}_{ad}^{sh}$ и $\dot{\Phi}_{db}^{sh}$) в режиме КЗ.

Примечание 5. С учетом смысла $AE\Phi$ -инвариантности передаваемая активная мощность в ячейке может быть представлена в виде

$$P = \frac{2U_a \frac{w_a}{w_b} U_b}{\omega L_{sh}} \sin\theta = 2 \frac{\omega w_a \Phi_{x_0^a} \omega w_a \Phi_{x_0^b}}{\omega L_{sh}} \sin\theta = \lambda'_0 \Phi_{x_0^a} \Phi_{x_0^b} \sin\theta, \quad (43)$$

где $\lambda'_0 = 2\omega w_a^2 / L_{sh}$. Угол θ между \dot{U}_a и \dot{U}_b совпадает с углом между потоками $\Phi_{x_0^a}$ и $\Phi_{x_0^b}$, ограниченными характеристическими поверхностями.

Трансформатор с двумя ячейками чередующихся обмоток. Полученные результаты можно использовать для раскрытия «анатомии» трансформатора с

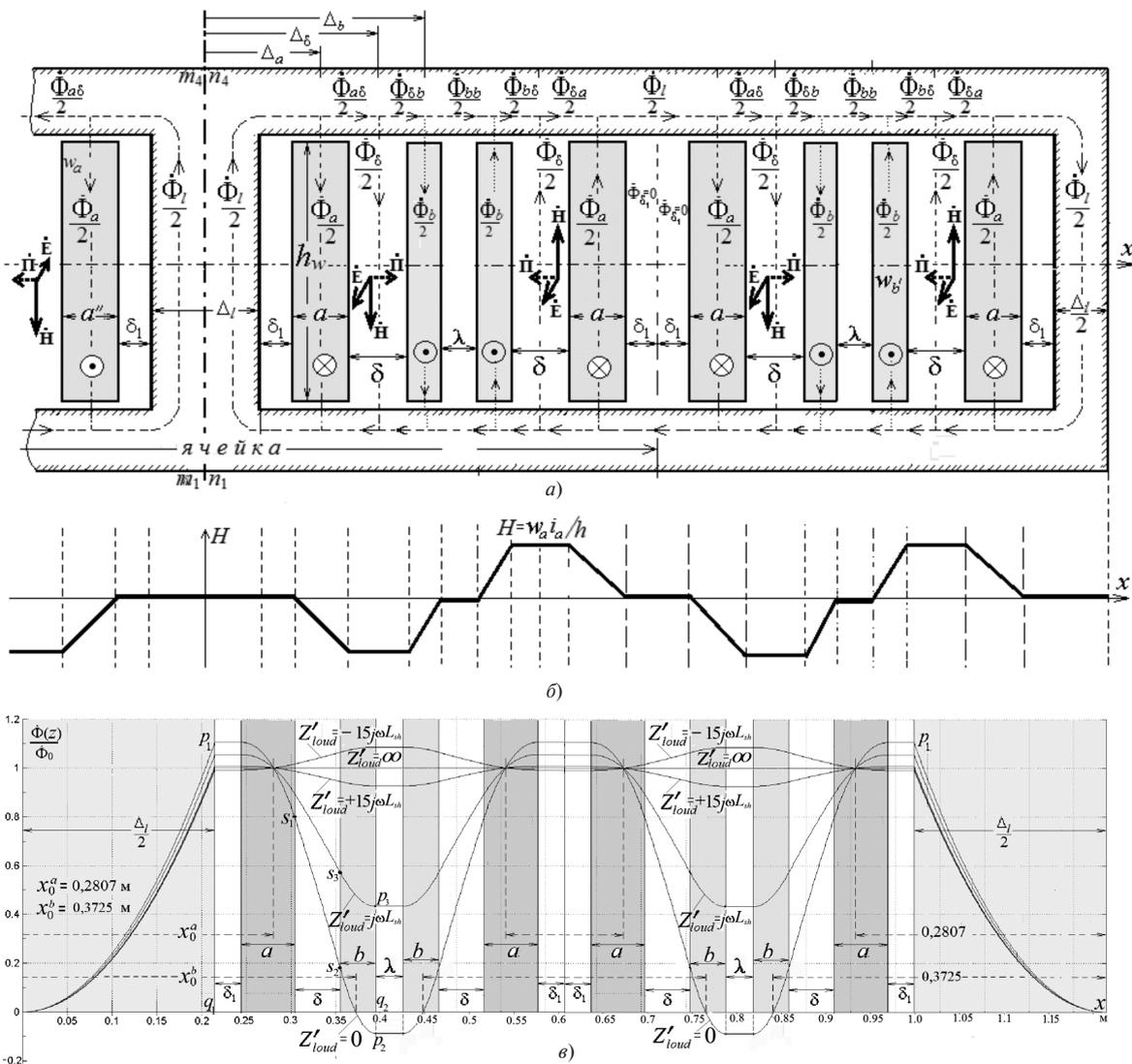


Рис. 3. Цилиндрический трансформатор с двумя ячейками чередующейся обмотки (а); распределение напряженности магнитного поля (б) и функции потока в нем (в)

любым числом ячеек чередующихся обмоток, как показано на рис. 3 для трансформатора с двумя ячейками. Дана разметка потоков при анализе устройства как восьмиобмоточного трансформатора [20]. Из взаимной антисимметричности картин магнитных полей ячеек следует, что в середине окна, т.е. в промежутке $(\delta_1 + \delta_1)$ между a -четвертьобмотками, потоки $\Phi_{\delta_1} = 0$, тогда как в середине стыковых ярм над этим промежутком протекает поток, совпадающий с половиной потока в стержне $(\Phi_l/2)$. Кривая функции потока для режима КЗ (рис. 3,в) наглядно показывает, что в данном случае наряду со сверхпотоками КЗ в стержне и боковом ярме они возникают также в середине стыко-

вых ярм. Антипотоки КЗ имеют место в стыковых ярмах у торцов b -четвертьобмоток.

Дисковой трансформатор с чередующейся обмоткой. На рис. 4,а показан эквивалентный цилиндрическому (рис. 3,а) трансформатор с дисковой обмоткой, полученный по правилам преобразования, изложенным в [21], в результате чего отрезки $m_1 m_4$ и $n_4 n_1$ стали продолжением друг друга. При этом зазор λ между частями вторичной обмотки (B -обмотки) принят равным нулю, как это имеет место в типовых вариантах сварочных трансформаторов [3, 4]. Суммарный поток в толще половины вторичной обмотки (шириной $2b$) равен нулю, что наглядно демонстрируется также семейством кривых на рис. 4,б. Два отрезка $p_1 q_1$ показывают сверхпотоки КЗ в стыковых ярмах сварочного трансформатора,

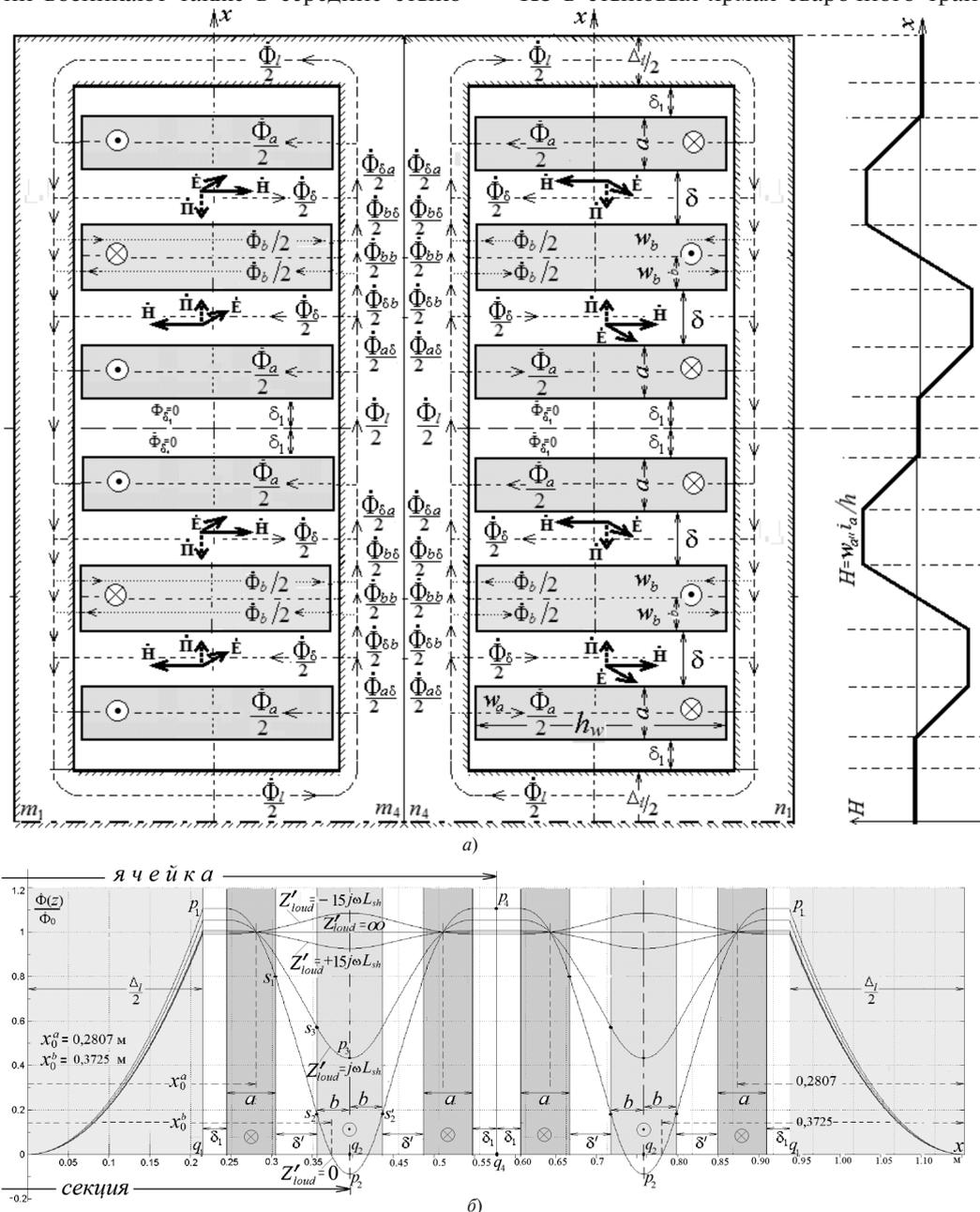


Рис. 4. Дисковой трансформатор с чередующейся обмоткой (а) и распределение функции потока в нем (б)

а отрезок $p_4 q_4$ – сверхпоток КЗ в его стержне. Антипоток КЗ возникают в двух местах стержня и боковых ям у торцов вторичной обмотки и отображаются отрезками $p_2 q_2$. Численные значения сверх- и антипоток, а также остальных потоков в короткозамкнутом сварочном трансформаторе могут быть найдены по формулам таблицы, в которой слово «стержень» следует заменить на «стыковое ярмо». Таким же образом видоизменяются сформулированные выше для цилиндрического трансформатора выводы применительно к дисковому трансформатору.

П р и м е р 4. Определим сверх- и антипоток КЗ в дисковом трансформаторе контактной сварки ТК-18.05, включенном по схеме номинальной ступени регулирования при $P_{2H} = I_{2H} U_{2H} = 18 \text{ кА} \times 4,86 \text{ В}$, характеризующемся по данным [3, стр. 391] геометрией (рис. 4,а): $a = 10,5 \text{ мм}$, $\delta = 2 \text{ мм}$ $b = 9,5 \text{ мм}$.

Для сверхпоток КЗ в стыковых ярмах и стержне согласно таблице

$$\frac{\dot{\Phi}_l^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = 1 + \frac{a}{2(a+3\delta+b)} = 1 + \frac{10,5}{2(10,5+3 \cdot 2+9,5)} = 1,20.$$

Для антипоток у торцов вторичной обмотки

$$\frac{\dot{\Phi}_{bb}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = -\frac{b}{2(a+3\delta+b)} = -\frac{9,5}{2(10,5+3 \cdot 2+9,5)} = -0,183.$$

Эти расчеты, а также картина распределения потоков (рис. 4,а) показывают бессмысленность постановки вопроса о потоке в стержне дискового трансформатора, о чем подробно написано в [21]. Схемы замещения ячейки дискового и эквивалентного цилиндрического трансформаторов в виде рис. 1,г, а также формулы (41)–(42) для определения в них положений характеристических поверхностей совпадают. Также одинаковым является и соотношение для передачи мощности (43).

В заключение отметим, что представленные в статье результаты вместе с материалом из предыдущих частей работы автора могут быть использованы при создании новых учебников по трансформаторам с более корректным изложением физических процессов, протекающих в них как в установившихся режимах, так и при анализе переходных процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Васютинский С.В.** Вопросы теории и расчета трансформаторов. М.: Энергия, Ленинградское отделение, 1970, 432 с.
2. **Сергеенков Б.Н., Киселев В.М., Акимова Н.А.** Электрические машины. Трансформаторы/Под ред. И.П. Копылова. М.: Высшая школа, 1989, 352 с.

3. **Рыськова З.А., Федоров П.Д., Жимерова В.И.** Трансформаторы для электрической контактной сварки. Л.: Энергоатомиздат, 1990, 424 с.

4. **Климов А.С., Смирнов И.В., Кудинов А.К., Кудинова Г.Э.** Основы технологии и построения оборудования для контактной сварки. Тольятти: ТГУ, 2007, 260 с.

5. **Boyajian A.** Resolution of transformer reactances into primary and secondary reactances. – AIEE Trans., Jun. 1925, pp. 805–810.

6. **Марквардт Е.Г.** Электромагнитные расчеты трансформаторов. М.: ОНТИ, Редакция энергетической литературы, 1938, 436 с.

7. **Cherry E.C.** The duality between interlinked electric and magnetic circuits and the formulation of transformer equivalent circuits. – Proc. of the Physical Society, Feb. 1949, vol. (B) 62, pp. 101–111.

8. **Blume L.F., Boyajian A., Gamilly G., Lenox T.C. Minnes S. Montsinger M.V.** Transformer Engineering: A treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer. New York: Wiley, 1951.

9. **Вольдек А.И.** Схемы замещения индуктивно связанных цепей и их параметры. Таллин, Эстонское гос. изд-во, 1952, 36 с.

10. **Slemon G.R.** Equivalent Circuits for Transformers and machines including nonlinear effects. – Proc. Inst. Elect. Eng., 1953, IV, vol. 100, pp. 129–143.

11. **Пенчев П.Р.** Вверху разсейването в трансформаторите. София: Техника, 1969, 123 с.

12. **Лейтес Л.В.** Эквивалентная схема двухобмоточного трансформатора, опыты х.х. и к.з. – Труды ВЭИ. М.: Энергия, 1969, с. 277–297.

13. **Лейтес Л.В., Пинцов А.М.** Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. М.: Энергия, 1974, 192 с.

14. **Leon F., Gomez P., Martinez-Velasco, Rioual M.** Transformers in Power System Transients: Parameter Determination. Ed. Boca Raton, FL: CRC, 2009, ch. 4, pp. 177–250.

15. **Leon F., Farzmand A., Joseph.** Comparing the T and Equivalent Circuits for the Calculation of Transformer Inrush Currents. – IEEE Trans. Power Delivery, October 2012, vol. 27, No. 4, pp. 2390–2397.

16. **Электродинамическая стойкость трансформаторов и реакторов при коротких замыканиях/Под ред. А.И. Лурье.** М.: Знак, 2005, 520 с.

17. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Ч. 1. – Электричество, 2014, № 9, с. 52–59.

18. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Ч. 2. – Электричество, 2014, № 10, с. 53–65.

19. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Ч. 3. «Анатомия» трансформатора. – Электричество, 2017, № 3, с. 37–49.

20. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Ч. 4. Многообмоточный трансформатор. – Электричество, 2016, № 9, с. 34–47.

21. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Ч. 7. Дисковая обмотка. – Электричество, 2019, № 3, с. 36–45.

22. **Шакиров М.А., Ткачук А.А.** Ф-инвариантные поверхности в обмотках броневых двухобмоточных трансформаторов. – Изв. ПГУПС, 2018, вып. 4, с. 643–659.

[04.03.2019]

А в т о р: Шакиров Мансур Акмелович – доктор техн. наук, профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, диссертацию защитил в 1980 г.

Poynting's Vector and the New Theory of a Transformer. Part 8. Alternating Windings

SHAKIROV Mansur A. (*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia*) –
Professor, Dr. Sci. (Eng.)

A correct theory of a transformer with alternating windings is developed. The theory is based on the following two key concepts: the idea of transmitting power from the primary winding to the secondary winding through Poynting's vector and the idea of the main role played by the vector potential in the description of physical processes. It is proposed to consider such transformer as a particular case of a multiwinding transformer, the windings in which are divided into groups with internal connections, one of which forms the primary circuit, and the other one forms the secondary circuit. As a result, it became possible to directly obtain the universal equivalent circuits of the transformer from the circuit models of the previously considered multiwinding transformer (see Elektrichestvo No. 4, 2017). The universal nature of the circuits means that, first, they reflect all magnetic fluxes in the device steel and aperture, and, second, they are equally suitable for both cylindrical and disk transformers with alternating windings. The latter has been demonstrated proceeding from the principle of equivalence of these devices that was formulated in the author's article (see Elektrichestvo No. 3, 2019). It has been proven that in comparison with usual transformers, additional superfluxes (i.e., fluxes exceeding the no-load flux) arise in transformers with alternating windings under short circuit conditions, a circumstance that must be taken into account in analyzing their electrodynamic stability to emergency conditions.

Key words: transformer, disk winding, magnetic flux, equivalent circuit, short circuit, Poynting's vector, vector potentia

REFERENCES

1. Vasyutinskiy S.V. *Voprosy teorii i rascheta transformatorov* (Questions of theory and calculation of transformers). Moscow, Energiya (Leningrad branch), 1970, 432 p.
2. Sergeyenkov B.N., Kiselev V.M., Akimova N.A. *Elektricheskiye mashiny. Transformatory/Pod red. I.P. Kopylova* (Electrical machines. Transformers/Edit. by I.P. Kopylov). Moscow, Vysshaya shkola, 1989, 352 p.
3. Rys'kova Z.A., Fedorov P.D., Zhimerova V.I. *Transformatory dlya elektricheskoi kontaktnoi svarki* (Transformators for electrical contact welding). Leningrad, Energoatomizdat, 1990, 424 p.
4. Klimov A.S., Smirnov I.V., Kudinov A.K., Kudinova G.E. *Osnovy tekhnologii i postroyeniya oborudovaniya dlya kontaktnoi svarki* (Fundamentals of technology and construction of equipment for contact welding). Tol'yatti, Tol'yatti State University, 2007, 260 p.
5. Boyajian A. Resolution of transformer reactances into primary and secondary reactances. AIEE Trans., Jun. 1925, pp. 805–810.
6. Markvardt Ye.G. *Elektromagnitnye raschety transformatorov* (Electromagnetic calculations of transformers). Moscow, ONTI, Editing of the energy literature, 1938, 436 p.
7. Cherry E.C. The duality between interlinked electric and magnetic circuits and the formulation of transformer equivalent circuits. Proc. of the Physical Society, Feb. 1949, vol. (B) 62, pp. 101–111.
8. Blume L.F., Boyajian A., Gamilly G., Lenox T.C., Minne S., Montsinger M.V. *Transformer Engineering: A treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer*. New York: Wiley, 1951.
9. Vol'dek A.I. *Skhemy zameshcheniya induktivno svyazannykh tsepei i ikh parametry* (Equivalent circuits of inductively coupled circuits and their parameters). Tallin, Estonskoe gos. izd-vo, 1952, 36 p.
10. Slemmon G.R. Equivalent Circuits for Transformers and machines including nonlinear effects. Proc. Inst. Elect. Eng., 1953, IV, vol 100, pp. 129–143.
11. Penchev P.R. *V'erkhu razseivaneto v transformatorite*. Sofiya, Tekhnika, 1969, 123 p.
12. Leites L.V. *Trudy VEI – in Russ. (Proceedings of All-Russian Electrotechnical Institute)*. Moscow, Energiya, 1969, pp. 277–297.
13. Leites L.V., Pintsov A.M. *Skhemy zameshcheniya mnogoobmotochnykh transformatorov* (Equivalent circuit of multi-winding transformers). Moscow, Energiya, 1974, 192 p.
14. Leon F., Gomez P., Martinez-Velasco, Rioual M. *Transformers in Power System ransients: Parameter Determination*. Ed. Boca Raton, FL: CRC, 2009, ch. 4, pp. 177–250.
15. Leon F., Farazmand A., Joseph. Comparing the T and Equivalent Circuits for the Calculation of Transformer Inrush Currents. IEEE Trans. Power Delivery, October 2012, vol. 27, No. 4, pp. 2390–2397.
16. *Elektrodinamicheskaya stoikost' transformatorov i reaktorov pri korotkikh zamykaniyakh* (Electrodynamic withstand of transformers and reactors during short-circuit faults)/Edit. by A.I. Lur'ye. Moscow, Znak, 2005, 520 p.
17. Shakirov M.A. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 9, pp. 52–59.
18. Shakirov M.A. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 10, pp. 53–65.
19. Shakirov M.A. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2017, No. 3, pp. 37–49.
20. Shakirov M.A. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2016, No. 9, pp. 34–47.
21. Shakirov M.A. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2019, No. 3, pp. 36–45.
22. Shakirov M.A., Tkachuk A.A. *Izv. PGUPS – in Russ. (News of St. Petersburg State University of Railway Engineering)*, 2018, iss. 4, pp. 643–659.