

Структурные динамические модели управляемого выпрямителя

БЕЛОВ Г.А.

Обоснована дискретная структурная динамическая модель управляемого выпрямителя в режиме прерывистого тока. Модель получена методом линеаризации, известным из теории автоматического управления дискретными системами. Модель отличается наличием дополнительной цепи отрицательной обратной связи по выпрямленному току, реализуемой через дополнительный идеальный импульсный элемент. Наличие обратной связи объясняет значительно меньшее значение коэффициента усиления в режиме прерывистого тока, чем в режиме непрерывного тока. Устранением указанной выше связи рассматриваемая модель превращается в известную динамическую модель управляемого выпрямителя для режима непрерывного тока. Выполнены аналитические преобразования, позволившие преобразовать полученную модель к виду, известному из других научных публикаций на эту тему.

Ключевые слова: управляемый выпрямитель, динамические модели, режимы прерывистого и непрерывного тока, обоснование и преобразование модели

Управляемые выпрямители (УВ) широко применяются в системах электропитания и электроприводе постоянного тока. Они могут работать в выпрямительном и инверторном режимах, являются основой для построения непосредственных преобразователей частоты или, как говорят, преобразователей частоты с непосредственной связью. При использовании в выпрямителях силовых транзисторов вместо неполностью управляемых вентилей (тиристоров) они приобретают ряд полезных свойств, в частности могут выполнять функции высокоэффективных корректоров коэффициента мощности.

Динамические модели управляемых выпрямителей разрабатывались и исследовались рядом авторов. Среди отечественных авторов наибольших успехов в этом направлении были достигнуты школами профессоров В.П. Шипилло и А.Д. Поздеева [1–3]. Однако эти модели пока недостаточно разработаны и исследованы. Линеаризованные динамические модели управляемых выпрямителей имеют много общего с динамическими моделями импульсных преобразователей постоянного напряжения (ИППН) [4].

К сожалению, в годы перестройки и последующий период объем новых разработок силовой электроники в нашей стране резко сократился. Для удешевления эти разработки стали выполняться, минуя этап научно-исследовательских работ, что не способствовало повышению их научно-технического уровня и увеличивало отставание от разработок мирового уровня. Заметно снизился и интерес к динамическим моделям устройств силовой электроники.

В статье дано обоснование линеаризованных динамических моделей УВ с учетом современной теории автоматического управления.

Схема цепи вторичной обмотки трансформатора УВ показана на рис. 1, где $L_я$, $r_я$ – индуктивность и активное сопротивление цепи якоря электродвигателя; $e_я$ – противоЭДС цепи якоря; u_{2a} , u_{2b} , u_{2c} – мгновенные значения напряжений на фазах вторичной обмотки трансформатора.

Наиболее сложными оказываются динамические модели УВ в режиме прерывистого тока (РПТ), поскольку значение коэффициента усиления УВ оказывается заметно меньше, чем в режиме непрерывного тока (РНТ). Это препятствует созданию точных электроприводов с широким диапазоном регулирования частоты вращения, применяемых, например, в металлообрабатывающих станках. Приходится применять специальные схемы линеаризации регулировочных характеристик УВ, благодаря которым коэффициент усиления УВ в РПТ становится постоянным и равным коэффициенту усиления в РНТ [3].

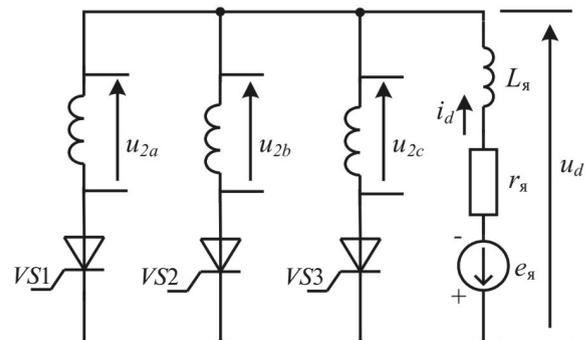


Рис. 1. Схема силовой части УВ

В верхней части рис. 2 сплошными линиями показаны кривые фазных напряжений u_{2a} , u_{2b} , u_{2c} , выпрямленного напряжения u_d и тока i_d в установившемся режиме прерывистого тока, где α – угол регулирования; $v_0 = \pi/2 - \pi/m + \alpha$ – угол отпирания вентиля фазы, отсчитываемый от момента начала синусоиды фазного напряжения; λ – угловая длительность импульса тока i_d ; m – пульсность выпрямленного напряжения (например, для трехфазной мостовой схемы выпрямления $m=6$). Как принято в теории выпрямителей, по оси абсцисс откладывается угловая переменная $v = \omega_c t$, где $\omega_c = 2\pi f_c$ – угловая частота питающей сети.

Для цепи нагрузки УВ справедливо дифференциальное уравнение

$$\omega_c L_{\text{я}} \frac{di_d}{dv} + r_{\text{я}} i_d + e_{\text{я}} = \begin{cases} \sqrt{2} U_2 \sin(v_0 + v) & \text{при } 0 \leq v \leq \lambda; \\ e_{\text{я}} & \text{при } \lambda \leq v \leq \frac{2\pi}{m}, \end{cases} \quad (1)$$

где угол v отсчитывается от момента отпирания вентиля; U_2 – действующее значение вторичного напряжения в случае схемы с выводом нулевой точки вторичной обмотки трансформатора, для трехфазной мостовой схемы вместо U_2 необходимо подставить $\sqrt{3}U_2$.

Интегрируя уравнение (1) за период дискретизации $2\pi/m$, получаем усредненное уравнение, справедливое как в переходном, так и установившемся режимах:

$$I_d r_{\text{я}} = \frac{m}{2\pi} \{ \sqrt{2} U_2 [\cos v_0 - \cos(v_0 + \lambda)] - e_{\text{я}} \lambda \}, \quad (2)$$

где I_d – среднее значение выпрямленного тока, определяемое формулой

$$I_d = \frac{m}{2\pi} \int_0^\lambda i_d dv.$$

Уравнение (2) можно представить в виде:

$$I_d r_{\text{я}} = \frac{m}{2\pi} \left[2\sqrt{2} U_2 \sin\left(v_0 + \frac{\lambda}{2}\right) \sin \frac{\lambda}{2} - e_{\text{я}} \lambda \right]. \quad (3)$$

Подставляя в (3) граничное значение $\lambda = \lambda_{\text{гр}} = 2\pi/m$, получаем выражение

$$U_d = I_d r_{\text{я}} + e_{\text{я}}, \quad (4)$$

где

$$U_d = \frac{m}{2\pi} \int_0^{2\pi/m} \sqrt{2} U_2 \sin(v_0 + v) dv = U_{d0} \cos \alpha;$$

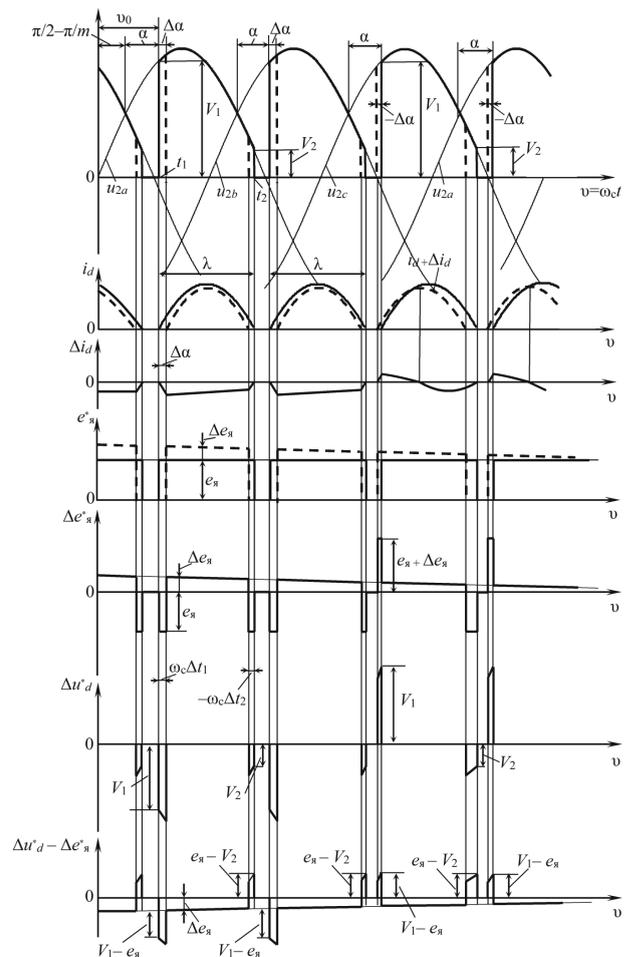


Рис. 2. Временные диаграммы, поясняющие линейризацию динамической модели УВ

$$U_{d0} = \frac{m}{2\pi} \sqrt{2} U_2 \sin \frac{\pi}{m}.$$

Выражение (4) справедливо только в установившемся режиме непрерывного тока (РНТ), но не в переходном режиме.

Записав (1) в виде

$$L_{\text{я}} \frac{di_d}{dt} + r_{\text{я}} i_d = \begin{cases} u_d - e_{\text{я}} & \text{при открытом вентиле;} \\ 0 & \text{при закрытом вентиле,} \end{cases}$$

можем составить структурную схему, показанную на рис. 3, представляющую собой нелинейную структурную модель УВ в РПТ. Схема на рис. 3 содержит ключ, периодически замыкающийся с частотой $m f_c$ на время $t_2 - t_1$, указанное под изображением ключа, и осуществляющий амплитудно-импульсную модуляцию второго рода (АИМ-2) [5]. Здесь t_1 и t_2 – моменты времени отпирания и запираания вентиля. При отсчете времени от момента начала синусоиды вторичного напряжения трансформатора, как на рис. 2, имеем $t_1 = v_0 / \omega_c$, $t_2 = (v_0 + \lambda) / \omega_c$.

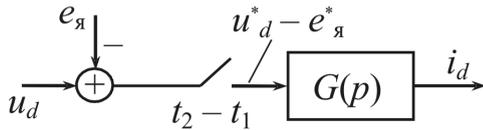


Рис. 3. Нелинейная структурная динамическая модель УВ

Переменные величины на выходе ключа обозначены как и входные u_d и $e_я$, но со звездочкой. Схема на рис. 3 содержит также линейное динамическое звено с передаточной проводимостью

$$G(p) = \frac{1}{r_я(T_L p + 1)}, \quad (5)$$

где $T_L = L_я / r_я$ – электромагнитная постоянная времени цепи якоря электродвигателя. Кривые выпрямленного напряжения u_d и тока i_d в установившемся РПТ на рис. 2 показаны сплошными утолщенными линиями.

Для линеаризации структурной модели УВ (рис. 3) поступим так же, как и при получении линеаризованных динамических моделей ИППН [4]. Это означает, что наряду с кривыми напряжений u_d^* , $e_я^*$ и тока i_d в установившемся режиме рассмотрим кривые этих напряжений $u_d^* + \Delta u_d^*$, $e_я^* + \Delta e_я^*$ и тока $i_d + \Delta i_d$ в возмущенном режиме, мало отличающемся от установившегося режима. Возмущенный режим может быть вызван малыми возмущениями, действующими на систему, например малыми отклонениями $\Delta u_d(t)$, $\Delta e_я(t)$ и $\Delta i_d(t)$ от кривых установившегося режима.

Кривые малых отклонений Δi_d , $\Delta e_я^*$, Δu_d^* показаны в нижней части рис. 2, где введены обозначения $V_1 = \sqrt{2}U_2 \sin v_0$, $V_2 = \sqrt{2}U_2 \sin(v_0 + \lambda)$; Δt_1 , Δt_2 – малые смещения моментов времени в возмущенном режиме.

Согласно схеме на рис. 3 и графику сигнала $\Delta u_d^* - \Delta e_я^*$ на рис. 2 в линеаризованной структурной схеме на звено $G(p)$ на каждом периоде $T = 1/mf_c$ воздействует импульс сложной формы, который можно представить в виде суммы трех простых импульсов:

импульс малой длительности $|\Delta t_1|$ и конечной амплитуды $V_1 - e_я$, формируемый в момент t_1 отпирания вентиля, с полярностью, противоположной знаку приращения $\Delta t_1 = v_0 / \omega_c$; здесь $V_1 = \sqrt{2}U_2 \sin v_0$;

импульс конечной длительности λ / ω_c и бесконечно малой амплитуды $|\Delta e_я|$ с полярностью, противоположной знаку приращения $\Delta e_я$, формируемый на интервале включенного состояния вентиля;

импульс малой длительности $|\Delta t_2|$ и конечной амплитуды $|V_2 - e_я|$, формируемый в момент t_2 окончания импульса тока i_d , с полярностью, противоположной знаку приращения Δt_2 .

Отметим, что для отпирания вентиля в момент t_1 необходимо выполнение условия $V_2 > e_я$, а для запираания в момент t_2 – выполнение условия $V_2 < e_я$.

В соответствии со сказанным, заменяя импульсы малых длительностей Δt_1 и Δt_2 дельта-импульсами эквивалентной площади, получаем линейную импульсную модель (рис. 4,а), в которой учтены указанные три импульса; время отсчитывается от момента отпирания вентиля в установившемся режиме. Импульсы малой длительности Δt_1 и Δt_2 и конечной высоты $V_1 - e_я$ и $e_я - V_2$ заменены дельта-импульсами эквивалентной площади, формируемыми на выходах идеальных импульсных элементов ИЭ1 и ИЭ2 и пропускаемыми через пропорциональные звенья с коэффициентами передачи $V_1 - e_я$ и $e_я - V_2$ соответственно. На входы ИЭ1 и ИЭ2 подаются малые сигналы Δt_1 и Δt_2 , которые считаются непрерывно изменяющимися во времени, а импульсные элементы фиксируют дискретные значения этих сигналов $\Delta t_1(t_1)$ и $\Delta t_2(t_2)$. Значениями $\Delta e_я$ пренебрегаем по сравнению с $e_я$. Ключ периодически замыкается на время $t_2 - t_1$, показанное под изображением ключа.

Непосредственно из рассмотрения кривых $i_d(t)$ и $i_d(t) + \Delta i_d(t)$ на рис. 2 и 4,б при малых отклонениях следует равенство

$$\Delta i_d(t_2 - 0) = - \left. \frac{di_d}{dt} \right|_{t=t_2 - 0} \Delta t_2,$$

откуда

$$\Delta t_2 = - \left(\left. \frac{di_d}{dt} \right|_{t=t_2 - 0} \right)^{-1} \Delta i_d(t_2 - 0).$$

Поскольку согласно (1)

$$\left. \frac{di_d}{dv} \right|_{v=\lambda} = - \frac{e_я - V_2}{\omega_c L_я}; \quad \left. \frac{di_d}{dt} \right|_{t=t_2 - 0} = - \frac{e_я - V_2}{L_я}, \quad (6)$$

из (6) получаем

$$\Delta t_2 = \frac{L_я}{e_я - V_2} \Delta i_d(t_2 - 0). \quad (7)$$

С учетом (7) схема на рис. 4,а преобразуется к виду, представленному на рис. 4,в. Как видно, в РПТ УВ действует отрицательная обратная связь по току через ИЭ2, что в известных работах [2, 3]

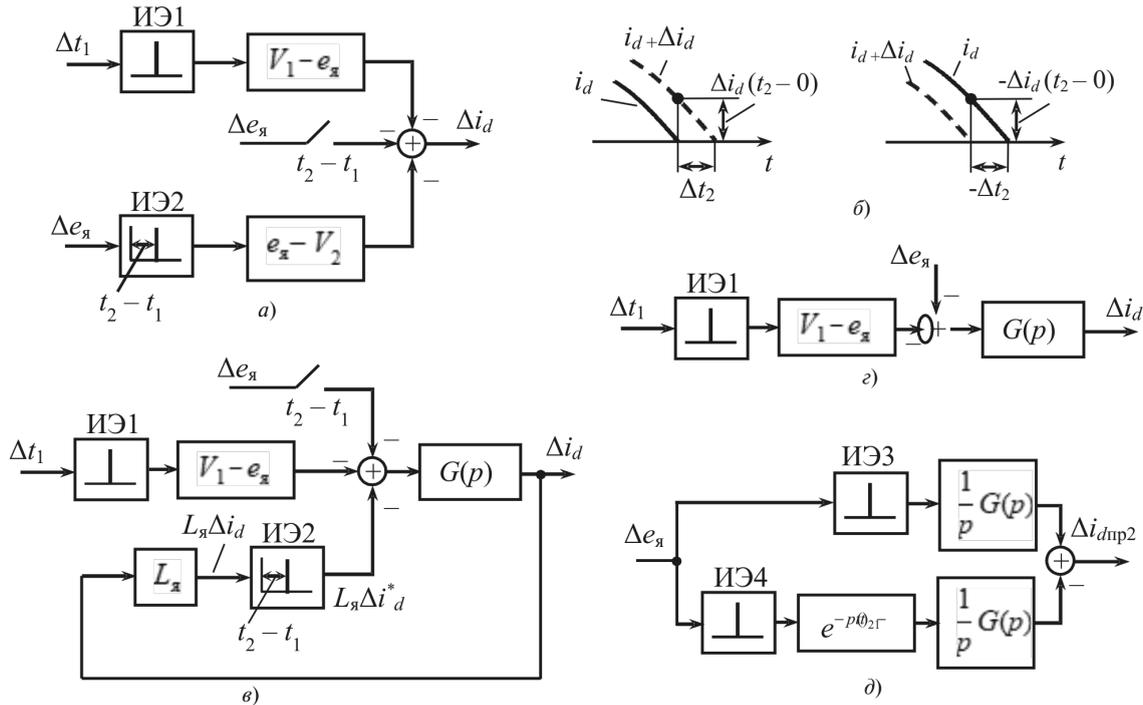


Рис. 4. Линеаризованные структурные динамические модели УВ: а – для РПТ; в – преобразованная для РПТ; г – для РНТ; б – кривые, поясняющие выражения Δt_2 через $\Delta i_d(t_2 - 0)$; д – схема для расчета прохождения сигнала $\Delta e_{\text{я}}(t)$ через ключ и звено $G(p)$

не отмечено. Инвертирование всех трех сигналов в суммирующем звене в схеме на рис. 4,в имеет простое физическое объяснение, поскольку, например, увеличение этих сигналов способствует уменьшению выпрямленного тока.

В РНТ длительность открытого состояния вентиля становится равной m/f_c , момент t_2 совпадает с моментом отпирания следующего вентиля и перестает меняться, поэтому в возмущенном режиме $\Delta t_2 = 0$, импульс, формируемый в РПТ в момент t_2 , с амплитудой исчезает. Поэтому в РНТ цепь обратной связи через импульсный элемент ИЭ2, показанная на рис. 4,в, будет отсутствовать, а структурная модель УВ имеет упрощенный вид, показанный на рис. 4,г.

Наиболее сложным оказывается анализ динамической модели УВ в РПТ (рис. 4,в), который проводится методом z-преобразования. При этом дискретная передаточная функция линейной непрерывной части $G(p)$ имеет вид [6]:

$$G(z, \varepsilon) = \frac{z d^\varepsilon}{L_{\text{я}}(z - d)}, \quad (8)$$

где ε – относительное смещение момента времени, $0 \leq \varepsilon \leq 1$; $d = e^{-T/T_2}$ [4]. Для упрощения предположим, что отклонение противоЭДС $\Delta e_{\text{я}}$ за период дискретизации $T = 1/mf_c$ остается постоянным, что соответствует замене непрерывной функции $\Delta e_{\text{я}}(t)$ ступенчато изменяющейся функцией, которая в те-

чение периода T остается равной $\Delta e_{\text{я}}(nT + 0)$ и скачкообразно изменяется в момент $t = nT$ от $\Delta e_{\text{я}}[(n-1)T]$ до $\Delta e_{\text{я}}(nT)$, n – целое число.

Передаточной функции $W(p) = \frac{1}{p}G(p)$ соответствует дискретная передаточная функция [4, 6]:

$$W(z, \varepsilon) = Z_\varepsilon[W(p)] = \frac{1}{r_{\text{я}}} \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z d^\varepsilon}{z-d} \right), \quad (9)$$

где $Z_\varepsilon[\dots]$ – смещенное z-преобразование выражения в скобках.

Основываясь на принципе наложения, справедливом для линейных систем, сигнал $\Delta i_d(t)$ в схеме на рис. 4,в можно рассчитать как сумму составляющих $\Delta i_{d1}(t)$, $\Delta i_{d2}(t)$ и $\Delta i_{d3}(t)$, вызванных прохождением сигналов $\Delta t_1(t)$, $\Delta e_{\text{я}}(t)$ с соответствующих входов на выход и прохождением суммарного сигнала $\Delta i_d(t)$ по цепи отрицательной обратной связи.

Во избежание ошибок в вычислениях необходимо учитывать возможные скачки сигналов на выходе линейной непрерывной части при воздействии на нее дельта-импульсов с выходов идеальных импульсных элементов (ИИЭ). Скачки появляются в моменты воздействия дельта-импульсов в случае, когда степень многочлена знаменателя передаточной функции приведенной непрерывной части (ПНЧ) превышает степень многочлена числителя

не более, чем на единицу [5]. Тогда импульсная характеристика ПНЧ не равна нулю при $t=0$, и поэтому левое и правое значения сигнала на выходе ПНЧ в момент поступления дельта-импульса не совпадают.

В рассматриваемой схеме (рис. 4,б) в сигнале $\Delta i_d(t)$ формируются скачки как в начале, так и в конце импульса, что следует и из графика $\Delta i_d(t)$ на рис. 2, поскольку предполагается, что $\Delta t_1 \rightarrow 0$, $\Delta t_2 \rightarrow 0$.

Скачки в импульсах $\Delta i_d(t)$ в момент t_1 обусловлены прохождением дельта-импульсов, генерируемых ИЭ1, через линейную непрерывную часть с передаточной функцией $(V_1 - e_{я})G(p)$. Смещенное z -преобразование составляющей $\Delta i_{dпр}(t)$ сигнала $\Delta i_d(t)$, вызванной прохождением сигнала $\Delta t_1(t)$ по прямой цепи (т.е. через импульсный элемент ИЭ1 и ЛНЧ с передаточной функцией $(V_1 - e_{я})G(p)$) в схеме на рис. 4,б, определяется выражением [6]:

$$\Delta i_{dпр}(z, \varepsilon) = -(V_1 - e_{я})G(z, \varepsilon)\Delta t_1(z, 0). \quad (10)$$

Прохождение сигнала $\Delta e_{я}(t)$ по прямой цепи (т.е. через ключ, периодически замыкающийся на время $t_2 - t_1 = \lambda / \omega_c$, и ПНЧ $G(p)$) анализируется с помощью схемы на рис. 4,д. Импульсы, формируемые на выходе упомянутого ключа, заменяются прямоугольными высотой $\Delta e_{я}(nT)$ и длительностью $t_2 - t_1$. Они не могут вызвать скачков в составляющей $\Delta i_{dпр2}(t)$ тока $\Delta i_d(t)$, а вызывают на интервале $t_2 - t_1$ плавное изменение сигнала $\Delta i_{dпр2}(t)$ по экспоненциальному закону. Смещенное z -преобразование сигнала $\Delta i_{dпр1}(t)$ вычисляется по формуле:

$$\Delta i_{dпр2}(z, \varepsilon) = \begin{cases} -[W(z, \varepsilon) - z^{-1}W(z, 1 + \varepsilon - \varepsilon_2)]\Delta e_{я}(z, 0), & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ -[W(z, \varepsilon) - W(z, \varepsilon - \varepsilon_2)]\Delta e_{я}(z, 0), & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1, \end{cases} \quad (11)$$

где передаточная функция $W(z, \varepsilon)$ определяется по (9); $\varepsilon_2 = (t_2 - t_1) / T = (m / 2\pi)\lambda$ — относительная длительность импульса тока i_d .

Смещенное z -преобразование сигнала $\Delta i_{d о.с}(t)$, вызванного прохождением сигнала $\Delta i_d(t)$ по цепи отрицательной обратной связи, определяется выражением:

$$\Delta i_{d о.с}(z, \varepsilon) = \begin{cases} -L_{я} z^{-1} G(z, 1 + \varepsilon - \varepsilon_2) \Delta i_d(z, \varepsilon_2 - 0), & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ -L_{я} G(z, \varepsilon - \varepsilon_2) \Delta i_d(z, \varepsilon_2 - 0), & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1, \end{cases} \quad (12)$$

где $\Delta i_d(z, \varepsilon_2 - 0)$ соответствует левому значению всего сигнала $\Delta i_d(t)$ в момент $t_2 = nT + \varepsilon_1 T$, в который сигнал $\Delta i_d(t)$ в рассматриваемом случае претерпевает скачок.

С учетом (8), (9) равенства (10)–(12) преобразуются к виду:

$$\Delta i_{dпр1}(z, \varepsilon) = -\frac{(V_1 - e_{я})d^\varepsilon z}{L_{я}(z - d)} \Delta t_1(z, 0); \quad (13)$$

$$\Delta i_{dпр2}(z, \varepsilon) = \begin{cases} -\frac{1}{r_{я}} \left[1 - \frac{(z - d^{1 - \varepsilon_2})d^\varepsilon}{z - d} \right] \Delta e_{я}(z, 0), & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ -\frac{z(d^{\varepsilon - \varepsilon_2} - d^\varepsilon)}{r_{я}(z - d)} \Delta e_{я}(z, 0), & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1; \end{cases} \quad (14)$$

$$\Delta i_{d о.с}(z, \varepsilon) = \begin{cases} -\frac{d^{1 + \varepsilon - \varepsilon_2}}{z - d} \Delta i_d(z, \varepsilon_2 - 0), & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ -\frac{z d^{\varepsilon - \varepsilon_2}}{z - d} \Delta i_d(z, \varepsilon_2 - 0), & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1, \end{cases} \quad (15)$$

Для определения z -преобразования выходного сигнала схемы на рис. 4,б

$$\Delta i_d(z, \varepsilon) = \Delta i_{dпр1}(z, \varepsilon) + \Delta i_{dпр2}(z, \varepsilon) + i_{d о.с}(z, \varepsilon), \quad (16)$$

как видно из (15), необходимо сначала решить уравнение, получаемое из равенства (16) при подстановке $\varepsilon = \varepsilon_2$, относительно $\Delta i_d(z, \varepsilon_2 - 0)$. По верхней строке равенства (15) при $\varepsilon = \varepsilon_2$ найдем

$$i_{d о.с}(z, \varepsilon_2) = -\frac{d}{z - d} \Delta i_d(z, \varepsilon_2 - 0)$$

и подставим в равенство (16) при $\varepsilon = \varepsilon_2$. Тогда получим уравнение

$$\Delta i_d(z, \varepsilon_2 - 0) = \Delta i_{dпр1}(z, \varepsilon_2) + \Delta i_{dпр2}(z, \varepsilon_2) - \frac{d}{z - d} \Delta i_d(z, \varepsilon_2 - 0),$$

откуда следует

$$\Delta i_d(z, \varepsilon_2 - 0) = z^{-1}(z - d)[\Delta i_{dпр1}(z, \varepsilon_2) + \Delta i_{dпр2}(z, \varepsilon_2)],$$

которое подставим в равенство (15). Тогда найдем z -изображение сигнала, получаемого после прохождения сигнала $\Delta i_d(t)$ по цепи отрицательной обратной связи и звена $G(p)$ (рис. 4, в):

$$\Delta i_{d\text{о.с.}}(z, \varepsilon) = \begin{cases} -z^{-1}d^{1+\varepsilon-\varepsilon_2} [\Delta i_{d\text{пр1}}(z, \varepsilon_2) + \\ + \Delta i_{d\text{пр2}}(z, \varepsilon_2)], & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ -d^{\varepsilon-\varepsilon_2} [\Delta i_{d\text{пр1}}(z, \varepsilon_2) + \Delta i_{d\text{пр2}}(z, \varepsilon_2)], \\ \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1, \end{cases} \quad (17)$$

где согласно (13), (14):

$$\Delta i_{d\text{пр1}}(z, \varepsilon) = -\frac{(V_1 - e_{\text{я}})d^{\varepsilon_2} z}{L_{\text{я}}(z-d)} \Delta t_1(z, 0);$$

$$\Delta i_{d\text{пр2}}(z, \varepsilon) = -\frac{z(1-d^{\varepsilon_2})}{r_{\text{я}}(z-d)} \Delta e_{\text{я}}(z, 0).$$

Обратим внимание на то, что умножение z -изображения сигнала на z^{-1} соответствует запаздыванию оригинала на период дискретизации. Теперь выражение (17) принимает вид

$$\Delta i_{d\text{о.с.}}(z, \varepsilon) = W_{\text{о.с1}}(z, \varepsilon) \Delta t_1(z, \varepsilon) + W_{\text{о.с2}}(z, \varepsilon) \Delta e_{\text{я}}(z, 0), \quad (18)$$

где $W_{\text{о.с1}}(z, \varepsilon)$, $W_{\text{о.с2}}(z, \varepsilon)$ – передаточные функции, учитывающие прохождение сигналов $\Delta t_1(t)$, $\Delta e_{\text{я}}(t)$ по прямой цепи и цепи обратной связи:

$$W_{\text{о.с1}}(z, \varepsilon) = \begin{cases} \frac{(V_1 - e_{\text{я}})d^{1+\varepsilon}}{L_{\text{я}}(z-d)}, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ \frac{z(V_1 - e_{\text{я}})d^{\varepsilon}}{L_{\text{я}}(z-d)}, & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1. \end{cases} \quad (19)$$

$$W_{\text{о.с2}}(z, \varepsilon) = \begin{cases} \frac{d^{1+\varepsilon-\varepsilon_2}(1-d^{\varepsilon_2})}{r_{\text{я}}(z-d)}, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ \frac{zd^{\varepsilon-\varepsilon_2}(1-d^{\varepsilon_2})}{L_{\text{я}}(z-d)}, & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1. \end{cases} \quad (20)$$

Смешенное z -преобразование выходного сигнала $\Delta i_d(t)$ схемы на рис. 4, в с учетом (16)–(20) можно представить в виде

$$\Delta i_d(z, \varepsilon) = [W_{\text{пр1}}(z, \varepsilon) + W_{\text{о.с1}}(z, \varepsilon)] \Delta t_1(z, 0) + [W_{\text{пр2}}(z, \varepsilon) + W_{\text{о.с2}}(z, \varepsilon)] \Delta e_{\text{я}}(z, 0), \quad (21)$$

где $W_{\text{пр1}}(z, \varepsilon)$, $W_{\text{пр2}}(z, \varepsilon)$ – дискретные передаточные функции, учитывающие прохождение сигналов $\Delta i_d(t)$, $\Delta e_{\text{я}}(t)$ по прямой цепи, т.е. от соответствующего входа на выход. Эти передаточные функции согласно равенствам (13), (14) определяются выражениями:

$$W_{\text{пр1}}(z, \varepsilon) = -\frac{z(V_1 - e_{\text{я}})d^{\varepsilon}}{L_{\text{я}}(z-d)}; \quad (22)$$

$$W_{\text{пр2}}(z, \varepsilon) = \begin{cases} -\frac{1}{r_{\text{я}}} \left[1 - \frac{(z-d^{1-\varepsilon_2})d^{\varepsilon}}{z-d} \right], & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ \frac{z(d^{\varepsilon-\varepsilon_2} - d^{\varepsilon})}{r_{\text{я}}(z-d)}, & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1. \end{cases} \quad (23)$$

Окончательно получаем

$$\Delta i_d(z, \varepsilon) = W_1(z, \varepsilon) \Delta t_1(z, 0) + W_2(z, \varepsilon) \Delta e_{\text{я}}(z, 0), \quad (24)$$

где

$$W_1(z, \varepsilon) = W_{\text{пр1}}(z, \varepsilon) + W_{\text{о.с1}}(z, \varepsilon);$$

$$W_2(z, \varepsilon) = W_{\text{пр2}}(z, \varepsilon) + W_{\text{о.с2}}(z, \varepsilon).$$

С учетом (19), (20), (22), (23)

$$W_{\text{пн1}}(z, \varepsilon) = \begin{cases} -\frac{1}{L_{\text{я}}}(V_1 - e_{\text{я}})d^{\varepsilon}, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ 0, & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1. \end{cases} \quad (25)$$

$$W_{\text{пн2}}(z, \varepsilon) = \begin{cases} -\frac{1}{r_{\text{я}}}(1-d^{\varepsilon}), & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ 0, & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1. \end{cases} \quad (26)$$

Равенству (24) соответствует структурная модель на рис. 5, где передаточные функции $W_{\text{пн1}}(p)$ и $W_{\text{пн2}}(p)$ соответствуют дискретным передаточ-

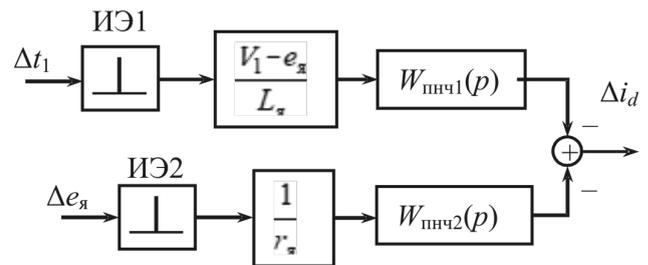


Рис. 5. Линейризованная дискретная структурная динамическая модель УВ после преобразований

ным функциям (25) и (26); как оказалось, они не зависят от комплексной переменной z .

Рассмотрим общую формулу для одной из дискретных передаточных функций

$$W_{\text{пн } 1}(z, \varepsilon) = \sum_0^{\infty} w_{\text{пн } 1}(z, \varepsilon) z^{-n},$$

где $w_{\text{пн } 1}(z, \varepsilon)$ – импульсная характеристика звена $W_{\text{пн } 1}(p)$. Видим, что отсутствие зависимости от z левой части возможно только при $n=0$, тогда справедливо равенство

$$W_{\text{пн } 1}(z, \varepsilon) = w_{\text{пн } 1}(0, \varepsilon), \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1,$$

следовательно, (25) можно записать в виде

$$W_{\text{пн } 1}(0, \varepsilon) = \begin{cases} -\frac{1}{L_{\text{я}}} (V_1 - e_{\text{я}}) d^{\varepsilon}, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ 0, & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1. \end{cases} \quad (27)$$

Поскольку запись $w_{\text{пн } 1}(n, \varepsilon)$ означает $w_{\text{пн } 1}(t)$, где $t = nT + \varepsilon T$, n – целое число, $0 \leq \varepsilon \leq 1$, а $d^{\varepsilon} = e^{-\varepsilon T/T_L}$, при $n=0$ и $d^{\varepsilon} = e^{-T/T_L}$ равенство (27) эквивалентно (28):

$$W_{\text{пн } 1}(t) = \begin{cases} -\frac{1}{L_{\text{я}}} (V_1 - e_{\text{я}}) e^{-t/T_L}, & 0 \leq t \leq \frac{\lambda}{\omega_c}; \\ 0, & \frac{\lambda}{\omega_c} \leq t \leq T. \end{cases} \quad (28)$$

Аналогично из (26) получим:

$$W_{\text{пн } 2}(t) = \begin{cases} -\frac{1}{r_{\text{я}}} (1 - e^{-t/T_L}), & 0 \leq t \leq \frac{\lambda}{\omega_c}; \\ 0, & \frac{\lambda}{\omega_c} \leq t \leq 1. \end{cases} \quad (29)$$

Преобразуя (28) и (29) по Лапласу, получаем передаточные функции:

$$W_{\text{пн } 1}(p) = -\frac{1}{L_{\text{я}}} (V_1 - e_{\text{я}}) \int_0^{\lambda/\omega_c} e^{-pt} e^{-t/T_L} dt;$$

$$W_{\text{пн } 2}(p) = -\frac{1}{r_{\text{я}}} \int_0^{\lambda/\omega_c} e^{-pt} (1 - e^{-t/T_L}) dt.$$

После преобразований найдем:

$$W_{\text{пн } 1}(p) = \frac{(V_1 - e_{\text{я}})}{r_{\text{я}}} \frac{1}{T_L p + 1} (1 - e^{-\lambda/\omega_c T_L} e^{-p\lambda/\omega_c}); \quad (30.a)$$

$$W_{\text{пн } 2}(p) = -\frac{1}{r_{\text{я}}} \left[\frac{1}{p} (1 - e^{-p\lambda/\omega_c}) - \right.$$

$$\left. - \frac{T_L}{T_L p + 1} (1 - e^{-\lambda/\omega_c T_L} e^{-p\lambda/\omega_c}) \right]. \quad (30.б)$$

Обратное преобразование передаточных функций в дискретные подтверждает правильность формул (30). Действительно, пользуясь таблицей соответствий [6] и учитывая тождества $\lambda/\omega_c = \varepsilon_2 T$, $e^{-\lambda/\omega_c T_L} = d^{\varepsilon_2}$ найдем:

$$W_{\text{пн } 1}(z, \varepsilon) = \frac{(V_1 - e_{\text{я}})}{L_{\text{я}}} \begin{cases} \frac{z d^{\varepsilon}}{z - d} - e^{-\lambda/\omega_c T_L} \frac{d^{1+\varepsilon-\varepsilon_2}}{z - d}, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ \frac{z d^{\varepsilon}}{z - d} - e^{-\lambda/\omega_c T_L} \frac{z d^{\varepsilon-\varepsilon_2}}{z - d}, & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1 \end{cases} =$$

$$= -\frac{V_1 - e_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} \frac{d^{\varepsilon}}{z - d} \begin{cases} z - e^{-\lambda/\omega_c T_L} e d^{1-\varepsilon_2}, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ z - z e^{-\lambda/\omega_c T_L} d^{-\varepsilon_2}, & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1 \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} z - e^{-\lambda/\omega_c T_L} d^{1-\varepsilon_2}, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ z - z e^{-\lambda/\omega_c T_L} d^{-\varepsilon_2}, & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1; \end{cases}$$

$$W_{\text{пн } 2}(z, \varepsilon) = -\frac{1}{r_{\text{я}}} \begin{cases} \frac{z}{z-1} - \frac{1}{z-1} \left[\frac{z-d^{\varepsilon}}{z-d} - e^{-\lambda/\omega_c T_L} \frac{d^{1+\varepsilon-\varepsilon_2}}{z-d} \right], & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ \frac{z}{z-1} - \frac{1}{z-1} - \frac{z-d^{\varepsilon}}{z-d} - e^{-\lambda/\omega_c T_L} \frac{z d^{\varepsilon-\varepsilon_2}}{z-d}, & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1; \\ -\frac{1}{r_{\text{я}}} (1 - d^{\varepsilon}), & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2; \\ 0, & \varepsilon_2 \leq \varepsilon \leq 1. \end{cases} =$$

Таким образом, получена простая и удобная для синтеза системы управления динамическая структурная модель (рис. 5), которая совпала с известной моделью из работы [3]. Ее простота, заключающаяся в отсутствии цепи отрицательной обратной связи, охватывающей звено с передаточной проводимостью $G(p)$, достигнута принятием допущений, которые не всегда выполняются из-за быстрого изменения выпрямленного тока на интервале импульса. Исходная импульсная структурная модель (рис. 4,б), полученная линеаризацией нелинейной модели на рис. 3, методом, известным из теории автоматического управления [7], справедлива в более общем случае, поскольку не предполагает постоянства вариаций выпрямленного напряжения $\Delta i_d(t)$ и противоЭДС цепи якоря $\Delta e_{\text{я}}(t)$ на ин-

тервале λ импульса тока. Следует, однако, отметить, что без этого допущения анализ в РПТ существенно усложняется. Кроме того, из модели на рис. 4,б легко получается динамическая модель для РНТ (рис. 4,з), который обычно является основным.

Совпадение полученной динамической модели (рис. 5) с известной служит подтверждением правильности выведенных в статье математических соотношений, которые демонстрируют возможности и особенности применения метода z -преобразования в теории управляемых выпрямителей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шипилло В.П., Чикотило И.И. Устойчивость замкнутой системы с широтно-импульсным преобразователем. — Электричество, 1978, с. 50–53.
2. Шипилло В.П., Чикотило И.И. Устойчивость замкнутых систем с тиристорным широтно-импульсным преобразователем

в режиме прерывистого тока. — Электричество, 1980, № 12, с. 52–56.

3. Донской Н.В., Иванов А.Г., Никитин В.М., Поздеев А.Д. Управляемый выпрямитель в системах автоматического управления/Под ред. А.Д. Поздеева. М.: Энергоатомиздат, 1984, 352 с.
4. Белов Г.А. Теория импульсных преобразователей. Чебоксары: Изд-во Чувашского государственного университета, 2016, 330 с.
5. Цыпкин Я.З. Теория линейных импульсных систем. М.: Физматиздат, 1963, 968 с.
6. Бесекерский В.А. Цифровые автоматические системы. М.: Наука, 1976, 576 с.
7. Цыпкин Я.З. Релейные автоматические системы. М.: Наука, 1974, 576 с.

[17.01.2020]

А в т о р: Белов Геннадий Александрович — доктор техн. наук, профессор зав. кафедрой промышленной электроники Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова, докторскую диссертацию защитил в 1991 г.

Electrichestvo, 2020, No. 6, pp. 31–38

DOI:10.24160/0013-5380-2020-6-31-38

Structural Dynamic Models of a Controlled Rectifier

BELOV Gennady A. (*Chuvash. State University named I.N. Ul'yanov, Cheboksary, Russia*) — Professor, Head of Industrial Electronics Dept., Dr. Sci. (Eng.)

A discrete structural model of a controlled rectifier operating with an intermittent current is substantiated. The model has been obtained using the linearization method known from the theory of automatic control of discrete systems. The developed model differs from the known ones in having an additional negative feedback circuit for rectified current, which is implemented through an additional ideal impulse element. The availability of this feedback explains why the transfer gain is essentially lower in the intermittent current mode than it is during operation with continuous current. By disconnecting the above-mentioned feedback, the considered model is transformed into the well-known dynamic model of a controlled rectifier operating with continuous current. The model was subjected to analytical manipulations as a result of which it was transformed to the form known from other scientific publications on this subject.

К е у w o r d s: *controlled rectifier, dynamic models, operation modes with intermittent and continuous current, model substantiation and transformation*

REFERENCES

1. Shipillo V.P., Chikotilo I.I. *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 1978, pp. 50–53.
2. Shipillo V.P., Chikotilo I.I. *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 1980, No. 12, pp. 52–56.
3. Donskoy N.V., Ivanov A.G., Nikitin V.M., Pozdeev A.D. Controlled rectifier in automatic control systems/Ed. HELL. Pozdeeva (Controlled rectifier in automatic control systems/Ed. HELL. Pozdeeva). M.: Energoatomizdat, 1984, 352 p.

4. Belov G.A. *Teoriya impul'snykh preobrazovateley* (Theory of pulse converters). Cheboksary: Publishing House of the Chuvash State University, 2016, 330 p.

5. Tsypkin Ya. Z. *Teoriya lineynykh impul'snykh sistem* (Theory of linear impulse systems). M.: Fizmatizdat, 1963, 968 p.

6. Besekersky V.A. *Tsifrovyye avtomaticheskiye sistemy* (Digital automatic systems). M.: Nauka, 1976, 576 p.

7. Tsypkin Y.Z. *Releinye avtomaticheskiye sistemy* (Relay automatic systems). M.: Nauka, 1974, 576 p.

[17.01.2020]