

Исследование наведенного напряжения в линии продольного электроснабжения

СЕМЕНОВА Е.Ю.

Рассмотрены процессы, возникающие при взаимодействии контактной сети переменного тока и линий продольного электроснабжения (два провода – рельс (ДПР)). Применение ДПР в системе продольного электроснабжения обусловлено двумя факторами: необходимостью обеспечения электроэнергией как железнодорожных, так и не железнодорожных потребителей, расположенных вдоль железной дороги или на небольшом расстоянии от нее, и максимальной экономией финансовых средств на оборудование и обслуживание линий. Подробно рассмотрена работа трансформатора, подключенного к линии продольного электроснабжения (ДПР). Исследованы потери в его магнитной системе, а также переходной процесс, протекающий после насыщения магнитопровода трансформатора. Рассчитанные по формулам теоретические кривые мгновенных значений напряжения на элементах рассматриваемых электрических схем совпадают с полученными осциллограммами тех же параметров, снятыми на реальном трансформаторе, имеющем ту же электрическую схему

К л ю ч е в ы е с л о в а: контактная электрическая сеть, продольное электроснабжение, синусоидальное напряжение, ферромагнитный магнитопровод трансформатора, индукция насыщения сердечника трансформатора, переходной процесс

Само модуляция (или авто модуляция) представляет собой процесс периодического изменения амплитуд токов и напряжений вынужденных колебаний без воздействия внешнего модулирующего фактора. Само модуляция в электрических цепях со сталью – сложный колебательный процесс, в котором обратные связи часто действуют по весьма тонко замаскированным каналам. Авто модуляционная система с насыщением магнитопроводов относится к внутренней обратной связи, этим она отличается от внешней обратной связи, например в магнитосвязанных катушках.

В процессе авто модуляции магнитный сердечник из-за нелинейности своей характеристики частично трансформирует энергию частоты источника питания схемы в энергию частоты авто колебаний. Последняя пропорциональна $\%H_0 dB_0$, где H_0 и B_0 – медленно меняющиеся средние значения напряженности магнитного поля и магнитной индукции в сердечнике. Передача сердечником энергии частоты авто модуляции в цепи потребителя может иметь место тогда, когда между H_0 и B_0 существует петлевая связь. Важно отметить, что такая связь возникает в двух принципиально различных режимах работы. В первом переменное напряжение частоты питания периодически изменяется по амплитуде, во втором оно практически неизменно по амплитуде.

Основной причиной, приводящей к образованию петлевой связи между H_0 и B_0 в первом режиме, чаще всего является петлевая связь между медленно изменяющейся амплитудой переменной составляющей магнитной индукции B и медленно меняющимся средним значением магнитной индукции B_0 . Петлевая связь между B и B_0 наиболее ярко выражена в феррорезонансных схемах.

Во втором режиме амплитудная или амплитудно-фазовая модуляция чаще всего способствует образованию петлевой связи, которая обычно используется в делителях, умножителях и преобразователях частоты. Огибающая колебаний в феррорезонансных схемах по форме обычно близка к трапеции, но в некоторых случаях может иметь почти пилообразный вид.

Для получения связей между различными величинами в электрических цепях со сталью необходимо выразить кривую намагничивания аналитически через гиперболический синус:

$$H = \alpha \operatorname{sh} \beta B. \quad (1)$$

Это уравнение достаточно хорошо описывает кривую намагничивания и в то же время весьма удобно для расчетов. Под H и B понимаются мгновенные значения напряженности поля и индукции, α и β – численные коэффициенты.

На рис. 1 представлена эквивалентная схема, состоящая из линейного сопротивления, каким яв-

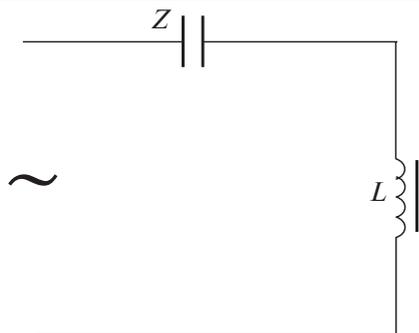


Рис. 1. Эквивалентная схема замещения контактной сети переменного и линии продольного электроснабжения (ДПР)

ляется распределенная емкость между контактной сетью переменного тока и линией продольного электроснабжения (ДПР), и нелинейного сопротивления, т.е. трансформатора (КТП), подключенного к линии продольного электроснабжения [3, 5]. Пусть на схему подается переменное напряжение с частотой f , в нашем случае 50 Гц. Предположим, что сердечник трансформатора имеет идеализированную кривую намагничивания с пренебрежимо малым углом наклона пологих участков и пренебрежимо узкую петлю гистерезиса (рис. 2). Для упрощения пренебрежем активным сопротивлением обмотки трансформатора.

Если напряжение на входе схемы таково, что трансформатор периодически насыщается, то при заданных условиях он будет поддерживать на своих зажимах неизменное по значению среднее за полупериод напряжение:

$$U_L = \frac{d\psi}{dt} = w_L S_L \omega \frac{dB}{da}, \quad (2)$$

где ψ — мгновенное значение потока сцепления трансформатора L ; $w_L S_L$ — число витков и сечение сердечника трансформатора; $\omega = 2\pi f$ — угловая частота источника питания схемы; B — мгновенное значение индукции трансформатора; $a = \omega t$.

Приращение индукции трансформатора за полупериод получаем, интегрируя (2):

$$\Delta B = \frac{1}{w_L S_L \omega \int_0^\pi u_L da}. \quad (3)$$

Таким образом, приращение становится пропорционально площади, ограниченной кривой напряжения на трансформаторе и осью времени. Согласно принятому условию трансформатор L периодически насыщается, поэтому

$$\Delta B = 2B_s = \text{const}, \quad (4)$$

где B_s — индукция насыщения сердечника трансформатора, которая в рассматриваемом нами случае равна остаточной индукции B_r .

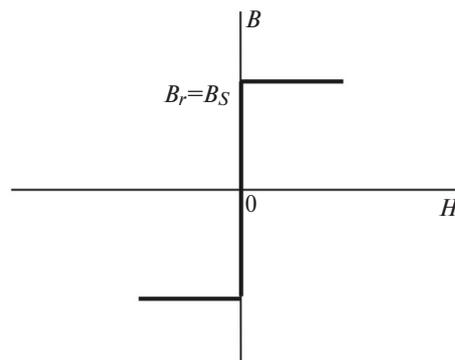


Рис. 2. Кривая намагничивания сердечника трансформатора

Следовательно, указанная площадь зависит только от постоянных параметров трансформатора и частоты источника питания.

Так как среднее за полупериод значение напряжения на трансформаторе

$$U_{Lcp} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi u_L da, \quad (5)$$

то с учетом (3) и (4)

$$U_{Lcp} = \frac{2}{\pi} w_L S_L \omega B_s = \text{const}. \quad (6)$$

Инерционность схемы при всякого рода изменениях входного напряжения или нагрузки проявляется только как процесс установления новой формы кривой напряжения $u_{L(a)}$.

Из сказанного следует, что схема стабилизирует средний за полупериод уровень переменного напряжения. Основным элементом, обеспечивающим стабилизацию, является ферромагнитный магнитопровод трансформатора.

Проанализируем работу в режиме холостого хода, сохранив все принятые допущения, а также принятую систему относительных единиц:

кривая намагничивания насыщающего сердечника аппроксимируется тремя прямыми с малым углом наклона пологих участков ($B_r = B_s$) и вертикальным участком, совпадающим с осью индукции B (рис. 2);

не учитываются потери в емкости, а также сопротивления цепи питания и других элементов за исключением сопротивления r обмотки трансформатора, а потери в магнитной системе трансформатора рассматриваются как часть нагрузки;

питание происходит от источника синусоидального напряжения

$$u = U_m \sin(\alpha + \psi). \quad (7)$$

Пусть трансформатор уже вступил в квазистационарный режим. Переходной процесс при нена-

сыщенном состоянии трансформатора описывается уравнением

$$u = u_L + u_c. \tag{8}$$

Из условия симметрии кривой напряжения $u_c(a)$ относительно оси времени, а также с учетом, что значение динамической индуктивности трансформатора при этом бесконечно велико и емкость не может разрядиться на трансформатор, имеем:

$$u_c(a) = -u_c(a + \pi) = U_c, \tag{9}$$

т.е. значение U_c в промежутках между перезарядками емкости не зависит от α .

Из (7)–(9)

$$u_L = U_m \sin(\alpha + \psi_{x,x}) - U_c, \tag{10}$$

где $\psi_{x,x}$ – угол насыщения при холостом ходе.

Пренебрегая продолжительностью переходного процесса при насыщенном трансформаторе, составим условия для определения постоянных U_c и $\psi_{x,x}$:

при $\alpha = 0$

$$u_L(0) = u_{L1}; \tag{11}$$

$\alpha = \pi$

$$u_L(\pi) = u_{L2}; \tag{12}$$

$$\int_0^\pi u_L d\alpha = -2B_s w_L S_L \omega = -2U_s, \tag{13}$$

где U_s – напряжение насыщения трансформатора. Согласно (13) U_s численно равно амплитуде такого синусоидального напряжения, которое, будучи приложенным к обмотке трансформатора, создает в нем индукцию с амплитудой, равной индукции насыщения B_s ;

в относительных единицах

$$\int_0^\pi u_L d\alpha = -2. \tag{14}$$

Знак минус перед правой частью (13) и (14) учитывает полярность значения u_L .

Из (10) и условий (11) и (12) находим:

$$U_m \sin \psi_{x,x} = U_c \frac{n-1}{n+1}, \tag{15}$$

где

$$n = \frac{u_{L2}}{u_{L1}}. \tag{16}$$

Из (10) и (14) после интегрирования получаем:

$$U_m \cos \psi_{x,x} = \frac{\pi}{2} U_c - 1. \tag{17}$$

Полагая

$$\beta_{x,x} = \arctg\left(\frac{2}{\pi} \frac{n-1}{n+1}\right) \tag{18}$$

и решая совместно (15) и (17), находим:

$$U_c = \frac{2}{\pi} \frac{1 + \sqrt{1 + (1 + \tg^2 \beta_{x,x})(U_m^2 - 1)}}{1 + \tg^2 \beta_{x,x}} \tag{19}$$

и

$$\psi_{x,x} = \arcsin\left(\frac{\sin \beta_{x,x}}{U_m}\right) + \beta_{x,x}. \tag{20}$$

Критическим назовем такое значение U_m , при котором подкоренное выражение в (19) обращается в нуль:

$$U_{mкр} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{2} \frac{n+1}{n-1}\right)^2 + 1}} = \sin \beta_{x,x}. \tag{21}$$

При $U_m < U_{mкр}$ в выражении для U_c появляется мнимая часть, что физически соответствует выходу из режима насыщения и прекращению режима стабилизации. Физический смысл этого явления заключается в том, что при уменьшении входного напряжения ниже критического значения источник питания не может обеспечить устойчивых периодических перезарядов емкости через насыщенный магнитопровод трансформатора, в результате квазистационарный режим прекращается.

Используя критическое значение напряжения, преобразуем (20):

$$\psi_{x,x} = \arcsin \frac{U_{mкр}}{U_m} + \beta_{x,x}. \tag{22}$$

Действующие значения напряжения на трансформаторе вычислим как среднее квадратичное за полупериод. После интегрирования и ряда преобразований получим:

$$U_L = \sqrt{\frac{1}{2} U_m^2 - U_c^2 + \frac{4}{\pi} U_c}, \tag{23}$$

где U_c определяется по (19).

Рассмотрим переходной процесс в схеме на рис. 1, протекающий после насыщения магнитопровода [2]. Так как его продолжительность мала по сравнению с полупериодом напряжения питания, допустимо пренебречь небольшим изменением этого напряжения и считать, что в данный отрезок времени к зажимам контура LrC приложена постоянная ЭДС, равная $U_m \sin \psi_{x,x}$. В этом случае

при условии $\frac{1}{LC} > \left(\frac{r}{2L}\right)^2$, которое в реальных условиях выполняется, для мгновенных значений тока и напряжений на трансформаторе и емкости имеем:

$$i = \frac{U_c + U_m \sin \psi_{x,x}}{\omega_0 L} e^{-bt} \sin(\alpha_0 + \pi); \quad (24)$$

$$u_L = \frac{U_c + U_m \sin \psi_{x,x}}{\sin x} e^{-bt} \sin(\alpha_0 - x); \quad (25)$$

$$u_c = \frac{U_c + U_m \sin \psi_{x,x}}{\sin x} e^{-bt} \sin(\alpha_0 + x) - U_m \sin \psi_{x,x}, \quad (26)$$

где $\alpha_0 = \omega_0 t$;

$$\sin x = \frac{\omega_0}{\sqrt{b^2 + \omega_0^2}}; \quad (27)$$

$b = r/2L$; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\omega_p^2 - b^2}$; $\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; T_0 – период собственных колебаний контура.

Согласно (11) и (12), используя (26), находим:

$$n = \left| \frac{u_{L2}}{u_{L1}} \right| = e^{\frac{b}{\omega_0} \pi} = e^{\frac{b T_0}{2}}, \quad (28)$$

где $\ln n$ – половина логарифмического декремента колебания контура LrC при насыщенном состоянии магнитопровода и полностью определяется постоянными параметрами контура:

$$\ln n = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{4L}{Cr^2} - 1}}.$$

Следовательно, параметр n характеризует свойства контура LrC при насыщении магнитопровода трансформатора.

Энергия, выделяемая в трансформаторе при перезаряде емкости,

$$W_{x,x} = \frac{1}{\omega_0} \int_0^\pi i^2 r d\alpha_0. \quad (29)$$

Подставим в (29) значение тока из (24) и после интегрирования и преобразований получим:

$$W_{x,x} = \frac{CU_s^2 u_L^2(0)}{2} (n^2 - 1) = \pi CU_s^2 U_c^2 \operatorname{tg} \beta_{x,x}. \quad (30)$$

Активную мощность трансформатора при холостом ходе найдем из (30) как отношение энергии к полупериоду напряжения питания:

$$P_{L_{x,x}} = 2fW_{x,x} = CfU_s^2 u_L^2(0)(n^2 - 1). \quad (31)$$

Используя (20) и (31), выразим действующее значение тока холостого хода:

$$\begin{aligned} I_{x,x} &= \sqrt{\frac{P_{L_{x,x}}}{r}} = U_s u_L \sqrt{\frac{Cf}{r} (n^2 - 1)} = \\ &= U_s U_c \sqrt{\frac{\omega C}{r} \operatorname{tg} \beta_{x,x}}. \end{aligned} \quad (32)$$

Принимая во внимание, что $r = 2L\omega_p \frac{\ln n}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 n}}$, получаем:

$$I_{x,x} = U_s U_c C \sqrt{\frac{\omega \omega_p}{\pi} \frac{n-1}{\ln n} \frac{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 n}}{n+1}}. \quad (33)$$

Подставляя в (33) два крайних значения параметра n ($n=1$ и $n=2$), убеждаемся, что ток холостого хода практически не зависит от r и может быть выражен простым соотношением, получаемым из (33) при $n=1$:

$$I_{x,x} = U_s U_c C \sqrt{\frac{\omega \omega_0}{2}} = \frac{U_s U_c \omega C}{\sqrt{2 \frac{\omega}{\omega_0}}}. \quad (34)$$

До вступления в режим насыщения трансформатор обладает очень большой индуктивностью, поэтому в указанном случае

$$U_L = U. \quad (35)$$

Рассмотрим наиболее простой и часто встречающийся случай, учитывая специфику работы трансформатора на активную нагрузку. При синусоидальном напряжении питания и ненасыщенном состоянии магнитопровода справедливо дифференциальное уравнение:

$$\frac{du_c}{da} + \frac{1}{r_H \omega C} u_c = \frac{U_m}{r_H \omega C} \sin(a + \psi). \quad (36)$$

Решение имеет вид:

$$u_c = Ae^{-at \operatorname{tg} \varphi} + U_m \sin \varphi \sin\left(\alpha + \psi + \varphi - \frac{\pi}{2}\right); \quad (37)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{1}{r_H \omega C} = \operatorname{arctg} \frac{x_c}{r_H}; \quad (38)$$

A – постоянная интегрирования.

Из (6) и (7) находим:

$$u_L = -Ae^{-at \operatorname{tg} \varphi} + U_m \cos \varphi \sin(\alpha + \psi + \varphi); \quad (39)$$

$$i_H = \frac{i_H r_H}{U_s} = u_L. \quad (40)$$

В реальных условиях $r_H \gg r$, поэтому параметр n можно считать не зависящим от нагрузки. По-прежнему пренебрегая продолжительностью переходного процесса при насыщенном трансформаторе, из (11), (12) и (39) находим:

$$A \frac{1 - e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi}}{n + 1} = U_m \cos \varphi \sin(a + \psi + \varphi). \quad (41)$$

Из (14) и уравнения (39)

$$A \frac{1 - e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi}}{2 \operatorname{tg} \varphi} - 1 = U_m \cos \varphi \cos(\psi + \varphi). \quad (42)$$

Вводя обозначения:

$$K = \frac{1 - e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi}}{2 \operatorname{tg} \varphi}; \quad (43)$$

$$m = U_m \cos \varphi; \quad (44)$$

$$N = \frac{n - e^{-\pi \operatorname{tg} \varphi}}{n + 1} \quad (45)$$

и решая совместно (41) и (42) относительно постоянных ψ и A , имеем:

$$\psi = \arcsin\left(\frac{\sin \beta}{m}\right) + \beta - \varphi; \quad (46)$$

$$A = \frac{1 + \sqrt{1 + (1 + \operatorname{tg}^2 \beta)(m^2 - 1)}}{K(1 + \operatorname{tg}^2 \beta)}; \quad (47)$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{N}{K}. \quad (48)$$

Критическое значение U_m находим из (47), приравняв нулю подкоренное выражение. Учитывая (44), определяем:

$$U_{mкр} = \frac{1}{\cos \varphi} \frac{N}{\sqrt{N^2 + K^2}} = \frac{\sin \beta}{\cos \varphi}. \quad (49)$$

На рис. 3 представлены осциллограммы напряжения и тока, снятые на реальном экспериментальном трансформаторе в лабораторных условиях, имеющем такую же электрическую схему.

Если сравнить осциллограммы напряжений на индуктивном элементе u_L (рис. 3) и на фазе c , связанной с землей-рельс (рис. 1), то нетрудно заметить, что формы напряжений абсолютно идентичны. Такая форма кривой напряжения наблюдается у однофазных трансформаторов ОМ и ЗНОМ, подключенных к линиям продольного электроснабже-

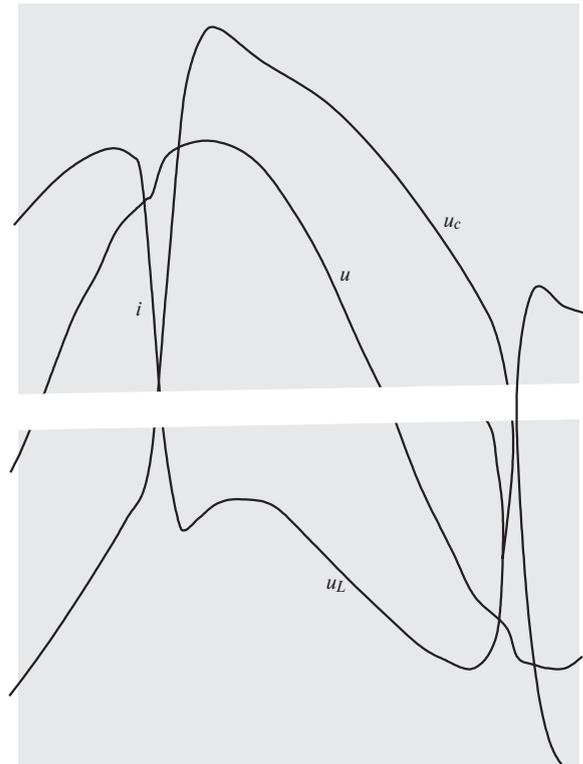


Рис. 3. Экспериментальные кривые мгновенных значений напряжений на элементах схемы

ния. Однако формы напряжений на других фазах a и b , питающихся от проводов линий электроснабжения, несколько отличаются от расчетных и полученных на экспериментальном макете, так как осциллограмма снята на трехфазном КТП.

Исследование наведенного напряжения в линии продольного электроснабжения (ДПР) показывает, что возникает необходимость перехода на высоковольтную проводную систему продольного электроснабжения, совместимую с электромагнитным полем контактной сети электрических железных дорог, электрифицированных на переменном токе, для того чтобы исключить аварийные ситуации [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марквардт К.Г. Электроснабжение электрифицированных железных дорог. М.: Транспорт, 1982, 463 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. М.: Высшая школа, 1964, 750 с.
3. Бадёр М.П. Электромагнитная совместимость. М.: УМК МПС РФ, 2002, 637 с.
4. Бессонов Л.А. Нелинейные электрические цепи. М.: Высшая школа, 1977.
5. Семенова Е.Ю., Ожиганов С.Н., Боднар А.А. Причины пробоя изоляции трансформаторов на воздушных линиях. — Локомотив, 2003, № 4, 48 с.
6. Пат. РФ № 2286891. Высоковольтная проводная система продольного электроснабжения, совместимая с электромагнитным полем контактной сети электрических железных дорог, электрифицированных на переменном токе/М.П. Бадёр, Е.Ю. Семенова, Д.В. Ермоленко, Ю.В. Иодко, Ю.Н. Гетта, Т.П. Добровольскис. — БИ, 2006, № 31, 7 с.

7. **Косарев А.Б.** Основы теории электромагнитной совместимости. М.: Интекс, 2004, 272 с.
8. **IEE Recommended Practice for Grounding of Industrial and Commercial Power Systems** (IEE std 142 – 2007), Published by the IEEE Inc. 2007, 215 с.
9. **Мамошин Р.Р., Зимакова А.Н.** Электроснабжение электрифицированных железных дорог. М.: Транспорт, 1980, 296 с.

10. **Ратнер М.П.** Электроснабжение нетяговых потребителей железных дорог. М.: Транспорт, 1985, 296 с.

[31.01.2020]

А в т о р: Семенова Елена Юрьевна – кандидат техн. наук, доцент кафедры «Электроэнергетика транспорта» Российского университета транспорта, диссертацию защитила в 2003 г.

Electrichestvo, 2020, No. 8, pp. 23–28

DOI:10.24160/0013-5380-2020-8-23-28

Studying the Voltage Induced in a Two-Wire-Rail Line

SEMENOVA Yelena Yu. (Russian University of Transport, Moscow, Russia) – Associate Professor of Electroenergetics Transport Dept., Cand. Sci. (Eng.)

The processes arising during interaction between an AC contact system and two-wire-rail (TWR) lines are considered. The use of TWR lines in the longitudinal power supply system is stemming from two factors: the need to provide power supply for both railway and non-railway consumers situated along the railway or at a short distance from it, and achieving the maximum saving of financial resources for equipment and maintenance of the lines. The operation of a transformer connected to a TWR line is considered in detail. The losses in the transformer magnetic system and the transient occurring after the transformer magnetic core becomes saturated are studied. The theoretical curves of instantaneous voltage values on the elements of the considered electric circuits calculated from the formulas coincide with the obtained oscillograms of the same parameters recorded on a real transformer having the same electric circuit.

Key words: contact electric system, longitudinal power supply, sinusoidal voltage, ferromagnetic transformer core, transformer core saturation induction, transient

REFERENCES

1. **Markvardt K.G.** *Elektrosnabzheniye elektrifitsirovannykh zheleznykh dorog* (Electricity supply for electrified railways). М.: Transport, 1982, 463 p.
2. **Bessonov L.A.** *Teoreticheskiye osnovy elektrotehniki* (Theoretical foundations of electrical engineering). М.: Vysshaya shkola, 1964, 750 p.
3. **Bador M.P.** *Elektromagnitnaya sovmestimost'* (Electromagnetic compatibility). М.: UMK MPS RF, 2002, 637 p.
4. **Bessonov L.A.** *Nelineynyye elektricheskiye tsepi* (Non-linear electrical circuits). М.: Vysshaya shkola, 1977.
5. **Semenova Ye.Yu., Ozhiganov S.N., Bodnar A.A.** *Prichiny probaya izolyatsii transformatorov na vozduzhnykh liniyakh* (Reasons for breakdown of insulation of transformers on overhead lines). Lokomotiv, 2003, No. 4, 48 p.
6. **Pat. RF № 2286891.** *Vysokovol'tnaya provodnaya sistema prodol'nogo elektrosnabzheniya, sovmestimaya s elektromagnitnym polem kontaktnoy seti elektricheskikh zheleznykh dorog,*

elektrifitsirovannykh na peremennom toke (RF pat. № 2286891. High-voltage wire system of longitudinal power supply, compatible with the electromagnetic field of the contact network of electric railways electrified with alternating current/M.P. Bader, E.Yu. Semenova, D.V. Ermolenko, Yu.V. Iodko, Yu.N. Getta, T.P. Dobrovolskis). Bulletin of inventions, 2006, No. 31, 7 p.

7. **Kosarev A.B.** *Osnovy teorii elektromagnitnoy sovmestimosti* (Fundamentals of the theory of electromagnetic compatibility). М.: Inteks, 2004, 272 p.

8. **IEE Recommended Practice for Grounding of Industrial and Commercial Power Systems** (IEE std 142–2007), Published by the IEEE Inc. 2007, 215 p.

9. **Mamoshin R.R., Zimakova A.N.** *Elektrosnabzheniye elektrifitsirovannykh zheleznykh dorog* (Electricity supply for electrified railways). М.: Transport, 1980, 296 p.

10. **Ratner M.P.** *Elektrosnabzheniye netyagovykh potrebiteley zheleznykh dorog* (Power supply to non-traction railway consumers). М.: Transport, 1985, 296 p.

[31.01.2020]