

Магнитные вибрации сердечника статора магнитоэлектрического вентильного двигателя

АФАНАСЬЕВ А.А., ГЕНИН В.С.
ЧГУ им. И.Н. Ульянова, Чебоксары, Россия

ВАТКИН В.А., ТОКМАКОВ Д.А.
ЧЭАЗ, Чебоксары, Россия

Применительно к магнитоэлектрическому вентильному двигателю мощностью 150 кВт в статье рассматриваются радиальные и тангенциальные натяжения, вызывающие силовые воздействия на статорный сердечник. Анализируются порядки волн натяжений, скорости их перемещений и частоты вынужденных силовых воздействий. Исследуются электромагнитные моменты тангенциальных натяжений. Показано, что при несинусоидальном возбуждении ротора высшие гармоники одинаковых порядков магнитной индукции от магнитов ротора и токов статора вызывают электромагнитные моменты высокой частоты. Рассчитаны три резонансные частоты статорного сердечника при радиальных магнитных усилиях. Определены амплитуды радиального смещения и скорости вибрации статорного сердечника, которые оказались близкими к экспериментальным данным. Получена опытная частотная характеристика шума корпуса двигателя для режима холостого хода. Даны комментарии об источниках всплесков шума на ряде частот. Отмечено влияние недостаточно подавленного реактивного момента (момента «шагания») высокой частоты на шум двигателя. Показано, что наличие остаточного реактивного момента с амплитудой, измеренной из опыта, приводит к достаточно высокому всплеску шума корпуса двигателя на частоте 3500 Гц.

Ключевые слова: волны и частоты радиальных и тангенциальных натяжений, высшие гармоники магнитной индукции, амплитуды смещения и скорости вибрации, частотная характеристика шума, резонансные частоты, реактивный момент

Вентильные двигатели с постоянными магнитами имеют наименьшую массу при заданном моменте по сравнению с другими типами электродвигателей. Поэтому, несмотря на повышенную стоимость, они находят широкое применение в народном хозяйстве. В ряде случаев к этому двигателю предъявляются повышенные требования в части виброшумовых характеристик.

В статье рассматриваются применительно к магнитоэлектрическому вентильному двигателю сравнительно большой мощности (150 кВт), скоростному (3000 об/мин) и вертикального исполнения магнитные вибрации и шум его корпуса с жёстко закрепленным статором. Анализируются силовые показатели источников магнитной вибрации и их амплитудно-частотный спектр.

Электромагнитные радиальные натяжения. Радиальные электромагнитные воздействия (натяжения) на статорный сердечник T_n , Н/м², можно определить по формуле [1]:

$$T_n = \frac{(B^n)^2 - (B^\tau)^2}{2\mu_0}, \quad (1)$$

где B^n , B^τ – соответственно радиальные и тангенциальные составляющие волн магнитной индукции в воз-

душном зазоре, для которых справедливы выражения с учётом синхронных и вентильных двигателей с продольно-поперечным возбуждением [2, 3]:

$$B^n = B_{rmj}^n \sin(j\sigma x - j\omega t) - B_{smk}^n \sin(k\sigma x - \omega t); \quad (2)$$

$$B^\tau = -B_{rmj}^\tau \cos(j\sigma x - j\omega t) + B_{smk}^\tau \sin(k\sigma x - \omega t); \quad (3)$$

$$B_{smk}^n = B_{smk} \sin\psi; \quad B_{smk}^\tau = B_{smk} \cos\psi, \quad (4)$$

где B_{rmj}^n , B_{rmj}^τ – амплитуды гармоник j -порядка магнитной индукции соответственно радиального и тангенциального направлений, вызванных магнитами ротора; B_{smk}^n , B_{smk}^τ – амплитуды гармоник k -порядка магнитной индукции соответственно радиального и тангенциального направлений, вызванных током обмотки статора; B_{smk} – амплитуда результирующей гармоники k -порядка магнитной индукции, вызванной током обмотки статора; ψ – угол между направлением, противоположным направлению поперечной оси q двигателя и изображающим вектором тока статора (рис. 1). Этот угол устанавливается с помощью датчика положения ротора вентильного двигателя; $\sigma = \pi/\tau$; $\tau = \tau_1$ – полюс-

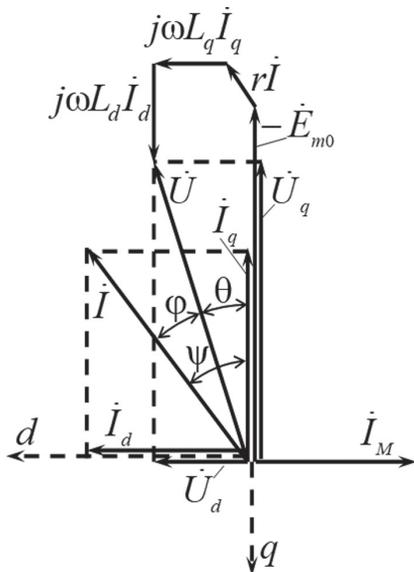


Рис. 1. Векторная диаграмма магнитоэлектрического вентильного двигателя

Fig. 1. Vector diagram of a magnetolectric valve motor

ное деление основной (первой) гармоники, имеющей p пар полюсов; $j, k = \tau/\tau_{j,k}$ – порядки гармоник; $(j, k) > 1$, $(j, k) < 1$ – соответственно порядки высших и низших гармоник [4, 5]; $\omega = 2\pi f$; f – частота тока обмотки статора.

После подстановки равенств (2) и (3) в формулу (1) получим для постоянной и переменных составляющих радиального натяжения следующие выражения [6]:

$$T_n = \frac{1}{2\mu_0} \times \left\{ \begin{aligned} & \left(B_{rmj}^n \right)^2 \sin^2 (j\sigma x - j\omega t) - \\ & - \left(B_{rmj}^\tau \right)^2 \cos^2 (j\sigma x - j\omega t) + \\ & \times \left[\left(B_{smk}^n \right)^2 - \left(B_{smk}^\tau \right)^2 \right] \sin^2 (k\sigma x - \omega t) - \\ & - 2B_{rmj}^n B_{smk}^n \sin (j\sigma x - j\omega t) \sin (k\sigma x - \omega t) + \\ & + B_{rmj}^\tau B_{smk}^\tau \cos (j\sigma x - j\omega t) \sin (k\sigma x - \omega t) \end{aligned} \right\} = \\ = \frac{1}{4\mu_0} \left\{ \left[\left(B_{rmj}^n \right)^2 - \left(B_{rmj}^\tau \right)^2 + \left(B_{smk}^n \right)^2 - \left(B_{smk}^\tau \right)^2 \right] - \right. \\ \left. - \left[\left(B_{rmj}^n \right)^2 + \left(B_{rmj}^\tau \right)^2 \right] \cos 2j(\sigma x - \omega t) - \right. \\ \left. - \left[\left(B_{smk}^n \right)^2 - \left(B_{smk}^\tau \right)^2 \right] \cos 2(k\sigma x - \omega t) - \right. \\ \left. - B_{rmj}^n B_{smk}^n \left[\begin{aligned} & \cos ((j-k)\sigma x + \omega t(1-j)) - \\ & - \cos ((j+k)\sigma x - \omega t(1+j)) \end{aligned} \right] + \right. \\ \left. + B_{rmj}^\tau B_{smk}^\tau \left[\begin{aligned} & -\sin ((j-k)\sigma x + \omega t(1-j)) + \\ & + \sin ((j+k)\sigma x - \omega t(1+j)) \end{aligned} \right] \right\}. \quad (5)$$

Порядки волн натяжений и скорости их перемещения. Формула (5) позволяет дать следующую информацию о волнах натяжения.

Волны с порядком $2j = 2k = 2, j = k = 1$. Имеем нагруженный режим при отсутствии высших гармоник магнитной индукции в воздушном зазоре, при котором первая, вторая, четвертая и шестая волны перемещаются с основной скоростью $\vartheta = 2\tau f$.

Третья волна становится константой, а пятая исчезает.

Волны с порядками $2j = 2, 2k \geq 2, 2k < 2$. Магнитное поле магнитов ротора синусоидально, а поле обмотки статора содержит, кроме основной, высшие и низшие гармоники индукции. Первая и вторая волны с порядками $2j = 2k = 2$ перемещаются с основной скоростью $\vartheta = 2\tau f$.

Вторая волна с порядками $2k > 2, 2k < 2$ перемещается со скоростью $\vartheta = 2\tau f/k$.

Третья и пятая волны с порядками $2 - k$ являются стоячими. Четвертая волна, имеющая порядок $2 + k$, перемещается со скоростью $\vartheta = \frac{2}{2+k} 2\tau f$.

Волны с порядками $j = k > 1$. Имеем нагруженный режим, при котором высшие гармоники индукции ротора и статора имеют одинаковые порядки. Первая волна с порядком $2j$ перемещается с основной скоростью $\vartheta = 2\tau f$. Вторая волна того же порядка перемещается со скоростью $\vartheta = 2\tau f/k$. Третья и пятая волны нулевого порядка являются пульсирующими с частотой $\omega(1-j)$. Четвертая и шестая волны с порядком $2j = 2k$ перемещаются со скоростью $\vartheta = \frac{j+1}{2j} 2\tau f$.

Волны с порядками $j \neq k$. Первая и вторая волны имеют порядки соответственно $2j$ и $2k$. Первая волна перемещается с основной скоростью $\vartheta = 2\tau f$, вторая – со скоростью $\vartheta = 2\tau f/k$. Третья и пятая волны имеют порядок $j - k$ и скорость $\vartheta = \frac{j-1}{j-k} 2\tau f$. Четвертая и пятая волны имеют порядок $j + k$ и скорость $\vartheta = \frac{j+1}{j+k} 2\tau f$.

Электромагнитные тангенциальные натяжения. Тангенциальные электромагнитные воздействия (натяжения) на сердечник статора T_τ , Н/м², определяются [1]:

$$T_\tau = \frac{B^n B^\tau}{\mu_0}. \quad (6)$$

После подстановки выражений (2) и (3) в формулу (6) получим четыре волны тангенциального натяжения:

$$T_\tau = \frac{1}{\mu_0} \left\{ \begin{aligned} & -B_{rmj}^n B_{rmj}^\tau \sin 2(j\sigma x - j\omega t) + \\ & + \frac{1}{2} B_{smk}^n B_{smk}^\tau [1 - \cos 2(k\sigma x - \omega t)] + \\ & + B_{rmj}^\tau B_{smk}^n \sin (k\sigma x - \omega t) \cos (j\sigma x - j\omega t) + \\ & + B_{rmj}^n B_{smk}^\tau \sin (j\sigma x - j\omega t) \sin (k\sigma x - \omega t). \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Сравнивая (5) и (7) для волн радиальных и тангенциальных натяжений, видим, что соответствующие волны по своей волновой структуре идентичны, но имеют различные амплитуды.

Частоты вынужденных воздействий на сердечник статора. В соответствии с формулами для электромагнитных натяжений (5) и (7) частоты вынужденных силовых воздействий имеют спектр, представленный в таблице:

$\tilde{f} = 2(2i + 1)f$, ($i = 0, 1, 2, \dots$) – холостой ход при номинальной частоте напряжения обмотки статора $f = 150$ Гц;

$\tilde{f} = (i - 1)f$, ($i = 2, 3, 4, \dots$);
 $\tilde{f} = (i + 1)f$, ($i = 0, 1, 2, \dots$) – нагрузка при номинальной частоте тока $f = 150$ Гц.

нальной частоте тока $f = 150$ Гц.

Минимальное значение резонансной частоты сердечника статора, как показано ниже, имеет значение $f_{p1} = 8,546 \cdot 10^3$ Гц, которое существенно превышает значения спектра вынужденных частот из таблицы.

Электромагнитные радиальные силы, воздействующие на сердечник статора. Из формулы (5) для радиальных натяжений следует выражение для радиальных сил [1]:

$$P_n(j, k, t) = l \oint T_n(j, k, \psi, t, x) dx = \frac{\tau p l}{\mu_0} \left[(B_{rmj}^n)^2 - (B_{rmj}^\tau)^2 + (B_{smk}^n)^2 - (B_{smk}^\tau)^2 \right] - \frac{l}{2\mu_0} \left\{ + B_{rmj}^n B_{smk}^n \left[\frac{1}{4j\sigma} \left[(B_{rmj}^n)^2 - (B_{rmj}^\tau)^2 \right] \sin 2(j\sigma x - j\omega t) + \frac{1}{4k\sigma} \left[(B_{smk}^n)^2 - (B_{smk}^\tau)^2 \right] \sin 2(k\sigma x - \omega t) + \frac{\sin[\sigma x(j-k) - \omega t(j-1)]}{\sigma(j-k)} + \frac{\sin[\sigma x(j+k) - \omega t(j+1)]}{\sigma(j+k)} \right] + + B_{rmj}^\tau B_{smk}^\tau \left[\frac{\cos[\sigma x(j-k) - \omega t(j-1)]}{\sigma(j-k)} + \frac{\cos[\sigma x(j+k) - \omega t(j+1)]}{\sigma(j+k)} \right] \right\}. \quad (8)$$

Радиальная сила для основной гармоники $j = k = 1$ магнитной индукции в воздушном зазоре согласно (8) определится из равенства:

$$P_n(j = k = 1, t) = \frac{\tau p l}{\mu_0} \left[(B_{rm1}^n)^2 - (B_{rm1}^\tau)^2 + (B_{sm1}^n)^2 - (B_{sm1}^\tau)^2 \right] - \frac{l}{4\mu_0\sigma} \left\{ \left[(B_{rm1}^n - B_{sm1}^n)^2 + (B_{rm1}^\tau + B_{sm1}^\tau)^2 \right] \sin[2(\sigma x - \omega t)] \right\}. \quad (9)$$

С учётом (4) выражение (9) примет вид:

$$P_n(j = k = 1, \psi, t) = \frac{\tau p l}{\mu_0} \left[(B_{rm1}^n)^2 - (B_{rm1}^\tau)^2 - B_{sm1}^2 \cos 2\psi \right] - \frac{l}{4\mu_0\sigma} \left\{ \left[(B_{rm1}^n - B_{sm1} \sin \psi)^2 + (B_{rm1}^\tau + B_{sm1} \cos \psi)^2 \right] \sin[2(\sigma x - \omega t)] \right\}. \quad (10)$$

Электромагнитные моменты, вызванные тангенциальными натяжениями. Будем определять эти моменты, используя формулу для тангенциальных натяжений (7) и информацию из [1]:

$$M(j, k, t) = \frac{D_i}{2} \oint T_\tau ds = \frac{D_i}{2\mu_0} \oint B^n B^\tau ds = \frac{p l D_i}{2\mu_0} \int_0^{2\tau} \left\{ -B_{rmj}^n B_{rmj}^\tau \sin 2(j\sigma x - j\omega t) + \frac{1}{2} B_{smk}^n B_{smk}^\tau [1 - \cos 2(k\sigma x - \omega t)] + + B_{rmj}^\tau B_{smk}^n \sin(k\sigma x - \omega t) \cos(j\sigma x - j\omega t) + + B_{rmj}^n B_{smk}^\tau \sin(j\sigma x - j\omega t) \sin(k\sigma x - \omega t) \right\} dx. \quad (11)$$

Результаты интегрирования в (11) имеют два результата: один для случая, когда $j \neq k$; второй, когда $j = k$. В первом случае имеем (за счёт второго слагаемого в подынтегральном выражении):

$$M(j \neq k) = \frac{p l D_i \tau}{2\mu_0} B_{smk}^n B_{smk}^\tau. \quad (12)$$

Холостой ход	i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	\tilde{f} , Гц		300	900	1500	2100	2700	3300	3900	4500
Нагрузка	i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	\tilde{f} , Гц	150	300	450	600	750	900	1050	1350	1500
	i	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	\tilde{f} , Гц	1650	1800	1950	2100	2250	2400	2550	2700	2850
	\tilde{f} , Гц	3000	3150	3300	3450	3600	3750	3900	4050	4200

С учётом (4) выражению (12) можно придать вид:

$$M(j \neq k, \psi) = \frac{pID_i \tau}{2\mu_0} \times \left(B_{smk}^n B_{smk}^\tau = B_{smk}^2 \sin \psi \cos \psi = \frac{B_{smk}^2}{2} \sin 2\psi \right). \quad (13)$$

Для второго случая, когда порядки гармоник ротора и возбуждения одинаковы ($k = j$), из (11) получим (за счёт второго и четвёртого слагаемых в подынтегральном выражении) выражение для электромагнитного момента $M(k, \psi, t)$:

$$M(j = k, \psi, t) = \frac{pID_i \tau}{2\mu_0} \times \left\{ (B_{smk}^n + B_{rmk}^n) B_{smk}^\tau \cos[\omega t(k-1)] \right\} = \frac{pID_i \tau}{2\mu_0} \left\{ (B_{smk} \sin \psi + B_{rmk}^n) \times \left[\times B_{smk} \cos \psi \cos[\omega t(k-1)] \right] \right\}. \quad (14)$$

Для первых гармоник статора и ротора ($k = 1$) формула (14) представляет обычное выражение для электромагнитного момента вентильного двигателя, не зависящего от времени и связанного с углом управления ψ .

При установке этого угла равным нулю (изображающий вектор тока статора \vec{I}_{m1} противоположен направлению оси q ротора: отсутствует поперечный ток статора (рис. 1)) электромагнитный момент пропорционален произведению амплитуд первых гармоник магнитных индукций в воздушном зазоре, вызванных магнитами ротора (B_{rm1}^n) и током обмотки статора (B_{sm1}):

$$M(i = j = 1, \psi = 0) = \frac{pID_i \tau}{2\mu_0} B_{rm1}^n B_{sm1} \cos[\omega t(k-1)]. \quad (15)$$

Для высших гармоник индукции статора и ротора $j = k > 1$ формула (14) указывает, что электромагнитный момент будет изменяться с частотой $\tilde{f} = f(k-1)$.

МДС обмотки статора будет содержать высшие гармоники порядков $k = 6i \pm 1, i = 1, 2, 3, \dots$, следовательно

$k = 5, 7, 11, 13, \dots$. Переменные составляющие электромагнитного момента появятся, если МДС магнитов ротора будут иметь высшие гармоники тех же порядков, что и у обмотки ротора.

Из этого обстоятельства следует, что для снижения виброшумовых показателей двигателя нужно приближать распределение магнитной индукции возбуждения ротора к синусоидальному. Ротор рассматриваемого двигателя 12ДВМ 250 мощностью 150 кВт¹ имеет достаточно выраженные нечётные гармоники МДС магнитов $j = 2i + 1, j = 3, 5, 7, \dots$ (рис. 2).

На рис. 3, используя (15), построен график изменения электромагнитного момента для значений $B_{sm5} = 7,563 \cdot 10^{-3}$ Тл и $B_{rm5}^n = 6,983 \cdot 10^{-3}$ Тл, соответствующих гармоникам 5-го порядка магнитной индукции ротора, обмотки статора и углу $\psi = 0$. Видим, что электромагнитный момент $M(j = k = 5, \psi = 0, t)$ изменяется с частотой $\tilde{f} = 4f = 600$ Гц и с амплитудой 1,101 Н·м.

Частотные характеристики высших гармоник МДС обмотки статора представлены на рис. 4. Рассматриваемая обмотка с $q = 4$ имеет зубцовые гармоники $v_z = \frac{z}{p} k \pm 1 = \frac{72}{3} k \pm 1 = 24k \pm 1 = 23, 25, 47, 49, 71, 73$ и т.д., которые, как видно на рис. 4, имеют наибольшие амплитуды.

Для гармоник магнитной индукции порядка $v_z = 23$, вызванных током обмотки статора и магнитами ротора, рассчитаны соответствующие амплитуды: $B_{sm23} = 8,896 \cdot 10^{-3}$ Тл и $B_{rm5}^n = 3,302 \cdot 10^{-3} =$ Тл. Электромагнитный момент от этих гармоник имеет согласно (15) амплитуду 0,612 Н·м и частоту $\tilde{f} = 22f = 3300$ Гц. Эта частота сравнительно близка к первой резонансной частоте сердечника статора $f_{p1} = 8,546 \cdot 10^3$ Гц, найденной ниже.

Гармоники порядков $k = j$ опасны не только тем, что вызывают пульсации электромагнитного момента, но и наводят в обмотке статора ЭДС с частотой, отличной от основной [4]. Эти гармоники с одинаковыми порядками имеют разные скорости вращения: гармоники ротора вращаются в направлении и со скоростью ротора, обмоточные гармоники статора вращаются с меньшей

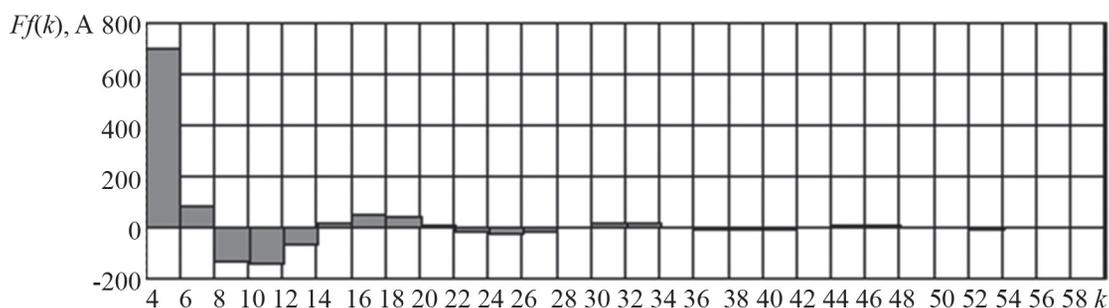


Рис. 2. Амплитуды высших гармоник МДС магнитов ротора с порядками $j \geq 5$

Fig. 2. Amplitudes of the higher harmonics of the MDS of rotor magnets with $j \geq 5$ orders

¹ Магнитоэлектрический вентильный двигатель 12ДВМ 250 имеет: $D_i = 290$ мм; $z = 72$; $2p = 6$; $q = 4$; $w_k = 3$; $a = 6$; $I = 205$ А; $M = 477$ Нм; $n =$ об/мин; $P = 150$ кВт.

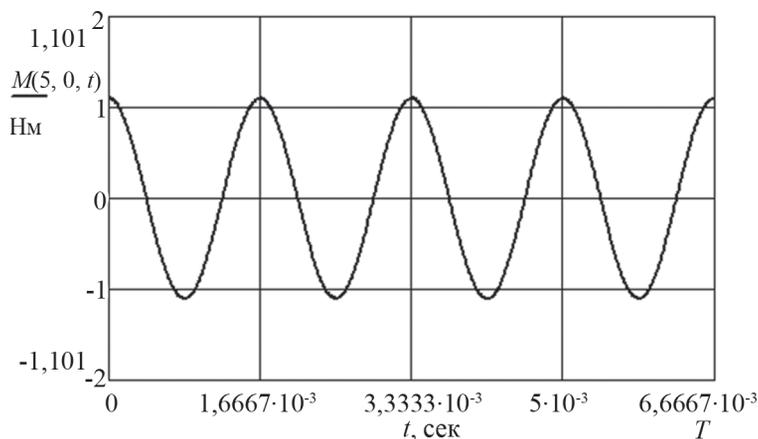


Рис. 3. Электромагнитный момент от гармоник индукции статора и ротора порядков $k = j = 5$

Fig. 3. Electromagnetic moment from the induction harmonics of the stator and rotor $k = j = 5$ orders

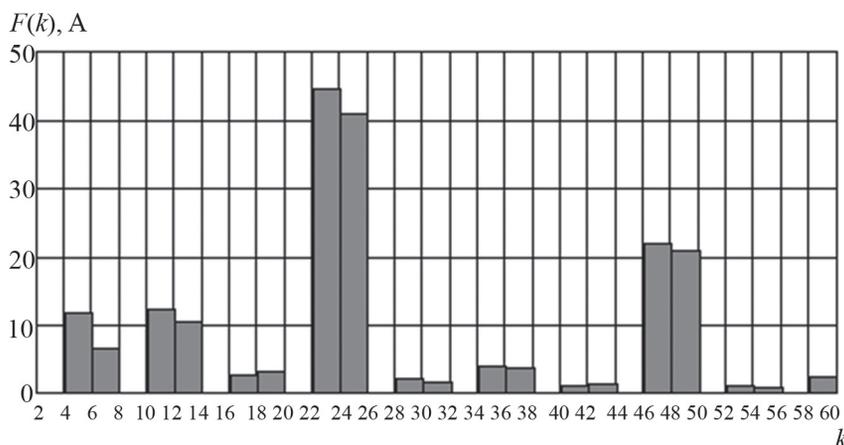


Рис. 4. Высшие гармоники МДС обмотки статора с шагом $y = 10t_z$

Fig. 4. Higher harmonics of the MDS of the stator winding with a step $y = 10t_z$

скоростью и в разных направлениях. Первые гармоники в отличие от вторых наводят в обмотке статора ЭДС с частотами выше основной.

Резонансные частоты сердечника статора при радиальных магнитных усилиях. Первую волну радиальной силы, воздействующей на статор вентиляного двигателя при угле управления $\psi = 0$, согласно (10) можно описать выражением:

$$P_n(j = k = 1, \psi = 0, t) = \frac{\tau p l}{\mu_0} \left[(B_{rml}^n)^2 - (B_{rml}^s)^2 - B_{sm1}^2 \right] - \frac{l}{4\mu_0 \sigma} \left\{ \left[(B_{rml}^n)^2 + (B_{rml}^s + B_{sm1})^2 \right] \sin[2(p\sigma x - p\omega t)] \right\}, \quad (16)$$

где p – число пар полюсов двигателя и одновременно порядок основной гармоники магнитной индукции.

Новый v -й и предыдущий j -й порядки волн связаны равенством $v = pj$. В этом варианте порядок $v = 1$ соответствует двухполюсной волне. В прежнем обозначении это будет низшая волна с порядком $j = 1/p$.

Резонансные частоты ω_p сердечника статора как объёмного кольца с учётом сдвига и растяжения его

осевой линии могут быть найдены для режима холостого хода двигателя в виде корней полинома [7–9]:

$$ax^6 + bx^4 + cx^2 + 1 = 0, \quad (17)$$

где

$$x = \omega_p / \omega'_m;$$

$$a = 3e^2 e_0 (m^2 + 1)^{-1} D_m^4;$$

$$b = \left[(1 + 3em^2)(m^2 + 1)^{-1} + 4e_0 \right] e D_m^2;$$

$$c = -(1 + 4em^2) - e_0 m^{-2} D_m^2;$$

$$m = 2p = 2 \cdot 3 = 6 \text{ (возбуждение ротора синусоидальное);} \quad (18)$$

$$D_m = m(m^2 - 1) / \sqrt{m^2 + 1}; \quad (19)$$

$$e_0 = h^2 / 12R; \quad e = h_a^2 / 12R_a; \quad (20)$$

$$\omega'_m = \frac{D_m}{R^2} \sqrt{\frac{Elh^3}{12\rho}} \quad (21)$$

частота изгибных колебаний сердечника статора без учёта растяжения его осевой линии и её сдвига;

$$\rho = \eta \gamma h_a l = G/2\pi R - \quad (22)$$

полная масса сердечника статора G , приходящаяся на единицу его средней длины окружности; R, h – средний радиус и толщина объёмного кольца сердечника статора; R_a, h_a – средний радиус и толщина яра сердечника статора; l – длина сердечника статора (без вентиляционных каналов); E – модуль упругости сердечника при изгибе ($E \approx 1,25 \cdot 10^{11}$ Н/м² для холоднокатаной стали толщиной 0,35 мм); $\gamma \approx 7650$ кг/м³ – удельный вес материала сердечника [10]; η – отношение веса сердечника с обмоткой к весу яра сердечника ($\eta = 457/139 = 3,29$ у двигателя 12ДВМ 250).

Корни полинома применительно к основной гармонике возбуждения ротора для двигателя 12ДВМ 250 ($p = 3$) и частота ω'_m составили:

$$x_{1,2} = \pm 0,767; x_{3,4} = \pm 3,091; x_{5,6} = \pm 3,566;$$

$$\omega'_m = 7,001 \cdot 10^4 \text{ рад/с.}$$

Следовательно, из равенства $x = \omega_p/\omega'_m$ получаем значения резонансных частот статора:

$$\omega_{p1} = 0,767\omega'_m = 5,37 \cdot 10^4 \text{ рад/с;}$$

$$\omega_{p2} = 3,091\omega'_m = 2,16 \cdot 10^5 \text{ рад/с;}$$

$$\omega_{p3} = 3,566\omega'_m = 2,497 \cdot 10^5 \text{ рад/с.}$$

Переходя к их значениям в периодах в секунду (Гц), будем иметь $f_p = \omega_p/2\pi$:

$$f_{p1} = 8,546 \cdot 10^3 \text{ Гц; } f_{p2} = 3,444 \cdot 10^4 \text{ Гц; } f_{p3} = 3,973 \cdot 10^4 \text{ Гц.}$$

Корни полинома, применительно к третьей гармонике возбуждения ротора ($m = 18$), и частота ω'_m составили:

$$x_{1,2} = \pm 0,398; x_{3,4} = \pm 0,700; x_{5,6} = \pm 1,033;$$

$$\omega'_m = 6,540 \cdot 10^5 \text{ рад/с.}$$

Соответствующие частоты будут равны:

$$f_{p1} = 4,143 \cdot 10^4 \text{ Гц; } f_{p2} = 7,286 \cdot 10^4 \text{ Гц; } f_{p3} = 1,075 \cdot 10^5 \text{ Гц.}$$

Амплитуда вибрации сердечника статора от радиальной волны натяжения. Амплитуду A_p радиального перемещения осевой линии сердечника на холостом ходу двигателя от основной гармоники магнитной индукции ($B_{m1}^n = 0,893$ Тл) можно определить в предположении отсутствия растяжения и изгиба осевой линии [7, 11–17]:

$$A_p = \frac{3R(4R^2 + m^2 h_a^2) D_i k_d (B_{mj}^n)^2}{4\mu_0 (m^2 - 1)^2 E h_a^3}, \quad (23)$$

где D_i – диаметр расточки статора; k_d – коэффициент динамичности:

$$k_d = \frac{1}{1 - (m\omega)^2 / \omega_m^2}; \quad (24)$$

$$\omega_m = D_m \frac{h_a}{R_a^2} \sqrt{\frac{E}{12\gamma\eta(1 + 3m^2 e)}}. \quad (25)$$

Применительно к двигателю 12ДВМ 250, имеющего частоту основной гармоники радиального натяжения 900 Гц, получим:

$$\omega_m = 2,148 \cdot 10^4 \text{ рад/с; } k_d = 1,075; A_p = 6,001 \cdot 10^{-7} \text{ м.} \quad (26)$$

Аналогичные расчёты для третьей гармоники магнитной индукции ($B_{m3}^n = 0,293$ Тл, $m = 18$) с частотой 2700 Гц дают:

$$\omega_m = 1,117 \cdot 10^5 \text{ рад/с; } k_d = 1,024; A_p = 2,347 \cdot 10^{-9} \text{ м.}$$

Опытные измерения амплитуды скорости вибрации A_{p1}^v корпуса двигателя дали результат:

$$A_{p1}^v = 4,2 \text{ мм/с} = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ м/с.}$$

Этому значению A_{p1}^v будет соответствовать амплитуда вибрации от основной гармоники магнитного поля [13]:

$$A_{p1} = A_{p1}^v / 2p\omega = 4,2 \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 3 \cdot 150 = 7,427 \cdot 10^{-7} \text{ м.} \quad (27)$$

Опытное значение (27) достаточно близко к расчётному $A_p = 6,001 \cdot 10^{-7}$ м м.

Уровень громкости звука v_g , дБ, связан со скоростью вибрации выражением [18, 19]:

$$v_g = 20 \lg A^v / A_0^v, \quad (28)$$

где $A_0^v = 5 \cdot 10^{-5}$ мм/с – условное нулевое значение скорости вибрации, соответствующее порогу слышимости.

Опытное значение амплитуды скорости вибрации корпуса $A_{p1}^v = 4,2$ мм/с, согласно (28), соответствует уровню громкости $v_g = 98,5$ дБ.

Опытные значения максимальной громкости шума корпуса двигателя на расстоянии 1 м от его поверхности для разных среднегеометрических частот показаны на кривой для режима XX (рис. 5). На этой кривой можно выделить несколько всплесков, имеющих механическую природу происхождения:

на частоте 50 Гц всплеск связан с качеством балансировки ротора, биением вала, который вращается со скоростью 3000 об/мин;

на частоте 100 Гц возможен всплеск из-за несоосности вала;

на частоте 300 Гц всплеск обусловлен основной гармоникой магнитного поля и вибрацией листов шихтованного сердечника статора [20];

частоты 160 (0,4·8·50), 240 (0,6·8·50), 400 (8·50) Гц обусловлены подшипниками (8 шариков) [14];

частота 600 Гц связана с вибрацией лопастей вентилятора (12 лопастей).

Выброс на частоте 900 Гц соответствует амплитуде радиальной силы от третьей гармоники магнитной индукции магнитов ротора.

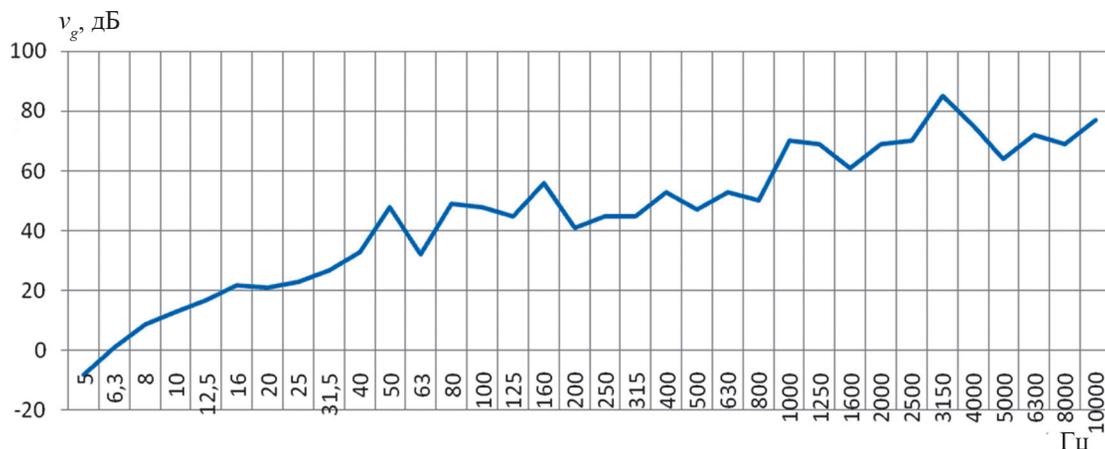


Рис. 5. Максимальные уровни громкости корпуса двигателя на расстоянии 1 м от его поверхности в функции среднегеометрических частот для режима ХХ на скорости 2950 об/мин

Fig. 5. The maximum volume levels of the engine housing at a distance of 1 m from its surface in the function of the average geometric frequencies for the idle mode at a speed of 2950 rpm

Рассматриваемый 12ДВМ 250 двигатель имеет дискретный скос магнитов ротора на одно зубцовое деление t_z статора, достигаемый расчленением длины ротора с магнитами на 10 равных частей со взаимным сдвигом каждой части на угол $0,1(2\pi/z)$, где z – число пазов статора.

При отсутствии скоса магнитов возникают пульсации электромагнитного момента реактивной природы, обусловленные зубчатостью статора (моменты «залипания»):

$$M_p = M_{pmax} \sin(N\theta), \quad (29)$$

где N – количество фиксаций ротора за один оборот; M_{pmax} – амплитуда момента, достигающая 15 % номинального момента магнитоэлектрического двигателя [21].

Для анализируемого двигателя, вращающегося со скоростью 50 рад/с, имеем:

$$M_p = M_{pmax} \sin(2\pi N 50 t), \quad (30)$$

а амплитуда момента может составить значение

$$0,15M_n = 72 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

При дискретном скосе магнитов параметры N и M_{pmax} , найденные из опыта, оказались соответственно равными 70 и 13 Н·м. Тогда частота пульсации момента составит $70 \cdot 50 = 3500$ Гц. Амплитуда реактивного момента при этом скосе, как видно, существенно снижается, но пульсации момента не устраняются полностью, поэтому на кривой (рис. 5) фиксируется всплеск шумности 85 дБ в зоне частоты 3500 Гц, которая сравнительно близка к первой собственной резонансной частоте статора $f_{p1} = 8,546 \cdot 10^3$ Гц. Для полного подавления реактивного момента необходимо перейти к непрерывному скосу пазов статора.

Амплитуда и скорость вибрации, вызванные реактивным моментом (моментом «залипания»). Расчёт вибрации станины машины постоянного тока от высших гармоник электромагнитного момента достаточно подробно изложен в [22].

Будем в соответствующих формулах [22] для расчёта собственных частот ω_p станины, амплитуд деформации A_p её поверхности рассматривать в качестве станины и полюсов соответственно ярмо и зубцы с обмоткой статорного сердечника двигателя 12ДВМ 250. В результате, с учётом (29), (30) и опытного значения $M_{pmax} = 13$ Н·м получим: $\omega_p = 4,364 \cdot 10^5$ рад/с; $A_p = 1,777 \cdot 10^{-7}$ м; $A_p^v = A_p \cdot 2\pi \cdot 3500 = 3,909$ мм/с = $3,909 \cdot 10^{-3}$ м/с. Используя (28), найдём $v_g = 97,9$ дБ.

Найденное значение шума на частоте 3500 Гц коррелируется с выбросом в 85 дБ для этой частоты на опытной шумовой характеристике (рис. 5), которая определялась на расстоянии 1 м от корпуса двигателя.

Выводы. При несинусоидальном магнитном поле возбуждения ротора появляются переменные составляющие электромагнитного момента с частотой $\tilde{f} = f(k-1)$, вызванные гармониками одинаковых порядков $k = j > 1$ магнитной индукции ротора и статора.

Волны тангенциального натяжения с наиболее значительными амплитудами от 5-й и 23-й гармоник магнитной индукции имеют соответственно частоты 600 и 3300 Гц, но их амплитуды в сотни раз меньше амплитуды радиальной волны натяжения от основной гармоники магнитной индукции.

Реактивный электромагнитный момент, полностью подавленный дискретным скосом магнитов ротора на одно зубцовое деление статора, вызывает вибрацию корпуса двигателя на частоте 3500 Гц, фиксируемую в опытных измерениях.

Опытные значения скорости вибрации корпуса двигателя близки (погрешность 19,2 %) к расчётному значению скорости вибрации статорного сердечника

с обмоткой, вызванной радиальной волной натяжения с частотой 300 Гц от основной гармоники магнитной индукции.

Собственные частоты статорного сердечника в 3 и более раз превышают частоты его возбуждения от третьей и основной гармоник волн радиального натяжения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Иванов-Смоленский А.В.** Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. М.: Высшая школа, 1989, 312 с.
2. **Ахматов М.Г.** Синхронные машины. Специальный курс. М.: Высшая школа, 1984, 135 с.
3. **Адволаткин Н.П. и др.** Управляемые бесконтактные двигатели постоянного тока. Л.: Энергоатомиздат, 1984, 160 с.
4. **Вольдек А.И.** Электрические машины. Л.: Энергия, 1978, 832 с.
5. **Афанасьев А.А. и др.** Аналитическое и численное моделирование магнитоэлектрических вентильных двигателей. – Электричество, 2021, № 6, с. 72–78.
6. **Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.** Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. СПб.: Лань, 2010, 608 с.
7. **Дегинко Ф.М., Загородная Г.А., Фастовский В.М.** Прочность и колебания электрических машин. Л.: Энергия, 1969, 440 с.
8. **Титов В.В. и др.** Турбогенераторы. Л.: Энергия, 1967, 896 с.
9. **Глебов И.А.** Гидрогенераторы. Л.: Энергоиздат, 1982, 368 с.
10. **Молотилов Б.В. и др.** Холоднокатаные электротехнические стали: Справочник. М.: Металлургия, 1989, 168 с.
11. **Шевчук Р.Э., Гаев А.В.** Метод приближенного решения задачи о колебаниях сердечников статоров. – Научно-технические ведомости СПбГПУ, 2017, т. 23, № 1, с. 98–106.
12. **Лазарону Д.Ф., Бикир Н.** Шум электрических машин и трансформаторов. М.: Энергия, 1973, 271 с.
13. **Шубов И.Г.** Шум и вибрация электрических машин. Л.: Энергоатомиздат, 1986, 208 с.
14. **Исаков В.М., Федорович М.А.** Виброшумозащита в электромашиностроении. Л.: Энергоатомиздат, 1986, 208 с.
15. **Исакович М.М., Клейман Л.И., Перчанок Б.Х.** Устранение вибрации электрических машин. Л.: Энергия, 1979, 200 с.
16. **Кучер В.Я.** Вибрация и шум электрических машин: Письменные лекции. СПб.: СЗТУ, 2004, 81 с.
17. **Астахов Н.В. и др.** Расчёт магнитных вибраций асинхронных двигателей / Под ред. В.Я. Беспалова. М.: МЭИ, 1985, 96 с.
18. **Электрические машины.** М.: Изд-во стандартов, 1968, 528 с.
19. **ГОСТ ИЕС 60034-14–2014.** Машины электрические вращающиеся. Часть 14. Механическая вибрация некоторых видов машин с высотами вала 56 мм и более. Измерения, оценка и пределы жесткости вибраций. М.: Стандартинформ, 2015, 12 с.
20. **Noise and Vibration in PM Motors – Sources and Remedies** [Электрон. ресурс], URL: [https://ru.scribd.com/document/327754885/](https://ru.scribd.com/document/327754885/Noise-and-Vibration-in-PM-Motors-Sources-and-Remedies)

Noise-and-Vibration-in-PM-Motors-Sources-and-Remedies (дата обращения 19.10.2021).

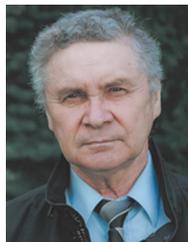
21. **Афанасьев А.А.** Аналитические и численные методы решения задач электромеханики на основе комплексного магнитного потенциала. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2017, 430 с.

22. **Астахов Н.В. и др.** Проектирование электрических машин с пониженными уровнями вибрации. Машины постоянного тока. М.: МЭИ, 1985, 75 с.

[19.10.2021]



Авторы: Афанасьев Александр Александрович – доктор техн. наук, профессор кафедры автоматики и управления в технических системах Чувашского государственного университета, Чебоксары, Россия.



Генин Валерий Семёнович – доктор техн. наук, профессор кафедры автоматики и управления в технических системах Чувашского государственного университета, Чебоксары, Россия.



Ваткин Владимир Александрович – кандидат техн. наук, главный конструктор отдела электрических машин АО «Чебоксарский электроаппаратный завод», Чебоксары, Россия.



Токмаков Дмитрий Анатольевич – директор по развитию АО «Чебоксарский электроаппаратный завод», Чебоксары, Россия.

Magnetic Vibrations of a Brushless Permanent Magnet Motor's Stator Core

AFANASYEV Alexandr A. (Chuvash State University, Cheboksary, Russia) – Professor of the Management and Computer Science in Technical Systems Dept., Dr. Sci. (Eng.).

GENIN Valeriy S. (Chuvash State University, Cheboksary, Russia) – Professor of the Management and Computer Science in Technical Systems Dept., Dr. Sci. (Eng.).

VATKIN Vladimir A. (JSC “Cheboksary Electrical Apparatus Plant”, Cheboksary, Russia) – Chief Designer of the Electric Machines Dept., Cand. Sci. (Eng.).

TOKMAKOV Dmitriy A. (JSC “Cheboksary Electrical Apparatus Plant”, Cheboksary, Russia) – Development Director.

The radial and tangential tensions causing force effects on the stator core are considered as applied to a 150 kW brushless permanent magnet motor. The orders of tension waves, their displacement velocities, and the frequencies of forced force actions are analyzed. The electromagnetic torques of tangential tensions are investigated. It is shown that with non-sinusoidal excitation of the rotor, same-order higher harmonics of the magnetic induction from the rotor magnets and stator currents cause high-frequency electromagnetic torques. Three resonant frequencies of the stator core at radial magnetic forces are calculated. The stator core radial displacement amplitudes and vibration velocities were determined, which have been found to be close to experimental data. An experimental frequency response of the motor casing noise for its idle operation mode is obtained. Comments regarding the sources of noise bursts occurring at a number of frequencies are given. The influence of insufficiently suppressed high-frequency reactive torque (the "walking" torque) on the motor noise is pointed out. It is shown that the presence of a residual reactive torque with an amplitude measured from experiment leads to a rather high burst of motor casing noise at a frequency of 3500 Hz.

Key words: waves and frequencies of radial and tangential tensions, higher harmonics of magnetic induction, displacement amplitudes and vibration velocities, noise frequency response, resonant frequencies, reactive torque

REFERENCES

- Ivanov-Smolenskiy A.V. *Elektromagnitnye sily i preobrazovanie energii v elektricheskikh mashinakh* (Electromagnetic Forces and Energy Conversion in Electric Machines). M.: Vysshaya shkola, 1989, 312 p.
- Ahmatov M.G. *Sinhronnye mashiny. Spetsial'nyy kurs* (Synchronous machines. Special course). M.: Vysshaya shkola, 1984, 135 p.
- Advolotkin N.P., et al. *Upravlyayemye beskontaktnye dvigateli postoyannogo toka* (Controlled contactless DC motors). L.: Energoatomizdat, 1984, 160 p.
- Vol'dek A.I. *Elektricheskie mashiny* (Electric Machines). L.: Energiya, 1978, 832 p.
- Afanas'ev A.A., et al. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2021, No. 6, pp. 72–78.
- Bronshteyn I.N., Semendyaev K.A. *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchih'sya vuzov* (Handbook of Mathematics for Engineers and Students of Higher Education Institutions). SPb.: Lan', 2010, 608 p.
- Detinko F.M., Zagorodnaya G.A., Fastovskiy V.M. *Prochnost' i kolebaniya elektricheskikh mashin* (Strength and Vibrations of Electric Machines). L.: Energiya, 1969, 440 p.
- Titov V.V., et al. *Turbogeneratory* (Turbo Generators). L.: Energiya, 1967, 896 p.
- Glebov I.A. *Gidrogenatory* (Hydro Generators). L.: Energoizdat, 1982, 368 p.
- Molotilov B.V., et al. *Holodnokatanye elektrotekhnicheskie stali: Spravochnik* (Cold-Rolled Electrical Steels: Guide). M.: Metallurgiya, 1989, 168 p.
- Shevchuk R.E., Gaev A.V. *Nauchno-tekhicheskie vedomosti SPbGPU – in Russ. (Scientific and Technical Bulletin of SPbSPU)*, 2017, vol. 23, No. 1, pp. 98–106.
- Lazaroiu D.F., Bikir N. *Shum elektricheskikh mashin i transformatorov* (Noise of Electrical Machines and Transformers). M.: Energiya, 1973, 271 p.
- Shubov I.G. *Shum i vibratsiya elektricheskikh mashin* (Noise and Vibration of Electric Machines). L.: Energoatomizdat, 1986, 208 p.
- Isakov V.M., Fedorovich M.A. *Vibroshumozashchita v elektromashinostroyeni* (Vibration and Noise protection in Electric Machine Industry). L.: Energoatomizdat, 1986, 208 p.
- Isakovich M.M., Kleyman L.L., Perchanok B.H. *Ustraneniye vibratsii elektricheskikh mashin* (Elimination of Electric Machine Vibration). L.: Energiya, 1979, 200 p.
- Kucher V.Ya. *Vibratsiya i shum elektricheskikh mashin: Pis'mennye lektsii* (Vibration and Noise of Electric Machines: Written Lectures). SPb: SZTU, 2004, 81 p.
- Astahov N.V., et al. *Raschyot magnitnykh vibratsiy asinhronnykh dvigateley* (Calculation of Magnetic Vibrations of Asynchronous Motors) / Under ed. V.Ya. Bespalov. M.: MEI, 1985, 96 p.
- Elektricheskie mashiny* (Electric Machines). M.: Izd-vo standartov, 1968, 528 p.
- GOST IEC 60034-14-2014.** *Mashiny elektricheskie vraschayushchiesya. CHast' 14. Mekhanicheskaya vibratsiya nekotorykh vidov mashin s vysotami vala 56 mm i bolee. Izmereniya, otsenka i predely zhestkosti vibratsiy* (Rotating electrical machines. Part 14 Mechanical vibration of certain machines with shaft heights 56 mm and higher. Measurement, evaluation and limits of vibration severity). M.: Standartinform, 2015, 12 p.
- Noise and Vibration in PM Motors – Sources and Remedies** [Electron. resource], URL: <https://ru.scribd.com/document/327754885/Noise-and-Vibration-in-PM-Motors-Sources-and-Remedies> (Date of appeal 19.10.2021).
- Afanas'ev A.A. *Analiticheskie i chislennyye metody resheniya za-dach elektromekhaniki na osnove kompleksnogo magnitnogo potentsiala* (Analytical and Numerical Methods for Solving Problems of Electromechanics Based on a Complex Magnetic Potential). Cheboksary: Izd-vo Chuvash. un-ta, 2017, 430 p.
- Astahov N.V., et al. *Proektirovaniye elektricheskikh mashin s ponizhennymi urovnyami vibratsii. Mashiny postoyannogo toka* (Design of Electric Machines with Reduced Vibration Levels. DC Machines). M.: MEI, 1985, 75 p.

[19.10.2021]