

Расчет переходных процессов и обоснование динамических моделей резонансного преобразователя постоянного напряжения с фазовым регулированием в режиме прерывистого тока

БЕЛОВ Г.А.

Представлены результаты продолжающихся исследований статики и динамики резонансного преобразователя постоянного напряжения (ППН) с фазовым регулированием. Для точного расчета переходных процессов был реализован метод припасовывания в векторно-матричной форме, который, однако, сложен для практического использования и затрудняет получение обобщенных характеристик динамических свойств ППН, необходимых для разработки замкнутых систем управления ППН. Предлагается методика анализа динамики резонансного ППН в режиме прерывистого тока (РПТ), основанная на разделении процессов на быстрые (в резонансном контуре) и медленные (в цепи выходного фильтра с нагрузкой) в сочетании с методом усреднения. Предложена упрощенная методика расчета процессов в ППН, по которой определяется среднее значение тока в LC-контуре за полпериода переключений и затем используется для расчета напряжения на конденсаторе LC-контура в конце полпериода при известном значении этого напряжения в начале полпериода, а также для расчета процесса в выходной цепи ППН. Проведена линеаризация динамической модели ППН, в результате которой получены дискретные структурные модели, пригодные для синтеза системы управления ППН, а также простая непрерывная модель. Достоверность результатов проверяется определением по предложенной методике параметров установившегося режима и их сравнением с ранее полученными результатами.

Ключевые слова: резонансный преобразователь постоянного напряжения, фазовое регулирование, методика расчета процессов, динамические модели, разностное уравнение LC-контура, линеаризация, линеаризованные структурные модели

Резонансные преобразователи постоянного напряжения (ППН) отличаются возможностью иметь высокий КПД, малые габариты и массу при сравнительно высоких значениях рабочей частоты. Выходное напряжение таких ППН регулируется фазовым, частотным и комбинированным методами. Резонансные ППН с фазовым регулированием имеют известные преимущества перед ППН с частотным регулированием, однако методы их анализа и расчета разработаны недостаточно.

В режиме непрерывного тока (РНТ) статические характеристики резонансного преобразователя постоянного напряжения (ППН) с фазовым регулированием с достаточной для практики точностью рассчитываются методом основной гармоники [1]. В режиме прерывистого тока (РПТ) метод [1] может давать большую погрешность, поэтому работа ППН в этом режиме требует отдельного рассмотрения.

На рис. 1 представлена схема силовой части ППН.

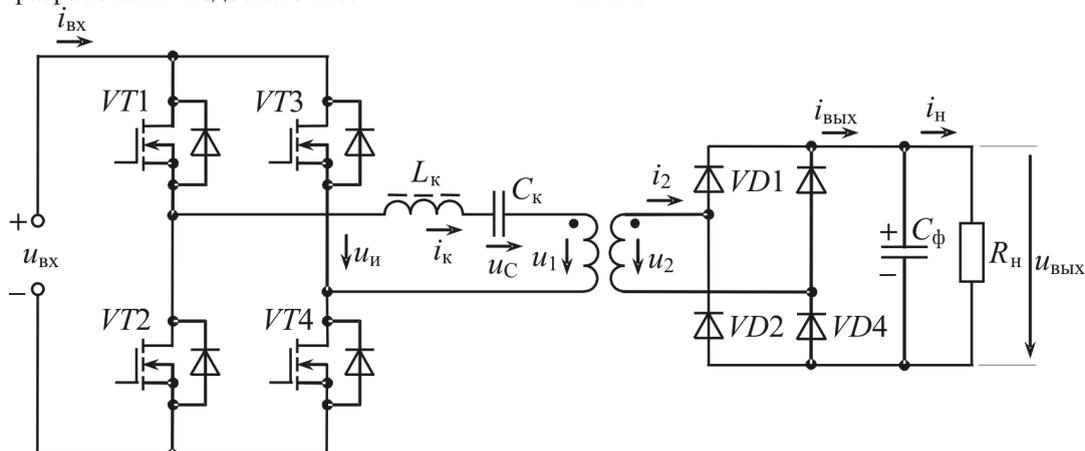


Рис. 1. Схема силовой части ППН с последовательным резонансным инвертором

На рис. 2,а показаны временные диаграммы ППН с фазовым регулированием в РПТ без учета тока намагничивания выходного трансформатора, на рис. 2,б — эквивалентная схема для половины периода переключений $T/2$.

При анализе ППН может быть успешно использован метод разделения процессов на быстрые (в резонансном LC-контуре) и медленные (в выходной цепи). Тогда при анализе процессов в LC-контуре можно пренебречь изменением напряжения на выходном конденсаторе C_{ϕ} за полпериода, в том числе пульсациями, и принять $u_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВЫХ.ср}} = \text{const}$.

Для «быстрого» LC-контюра справедливы уравнения:

$$L \frac{di_{\text{к}}}{dt} + ri_{\text{к}} + u_{\text{Ск}} = u_{\text{и}} - u'_{\text{ВЫХ}}; \quad (1)$$

$$C_{\text{к}} \frac{du_{\text{Ск}}}{dt} = i_{\text{к}},$$

где напряжение на выходной диагонали инверторного моста в первый полупериод

$$u_{\text{и}} = \begin{cases} u_{\text{ВХ}}, & 0 \leq t \leq t_1; \\ 0, & t_1 \leq t \leq t_1 + t_2; \end{cases}$$

$L = L_{\text{к}} + L'_{\text{с}}$; $L_{\text{к}}$ — индуктивность катушки LC-контюра; $L'_{\text{с}}$ — индуктивность рассеяния выходного трансформатора, приведенная к первичной обмот-

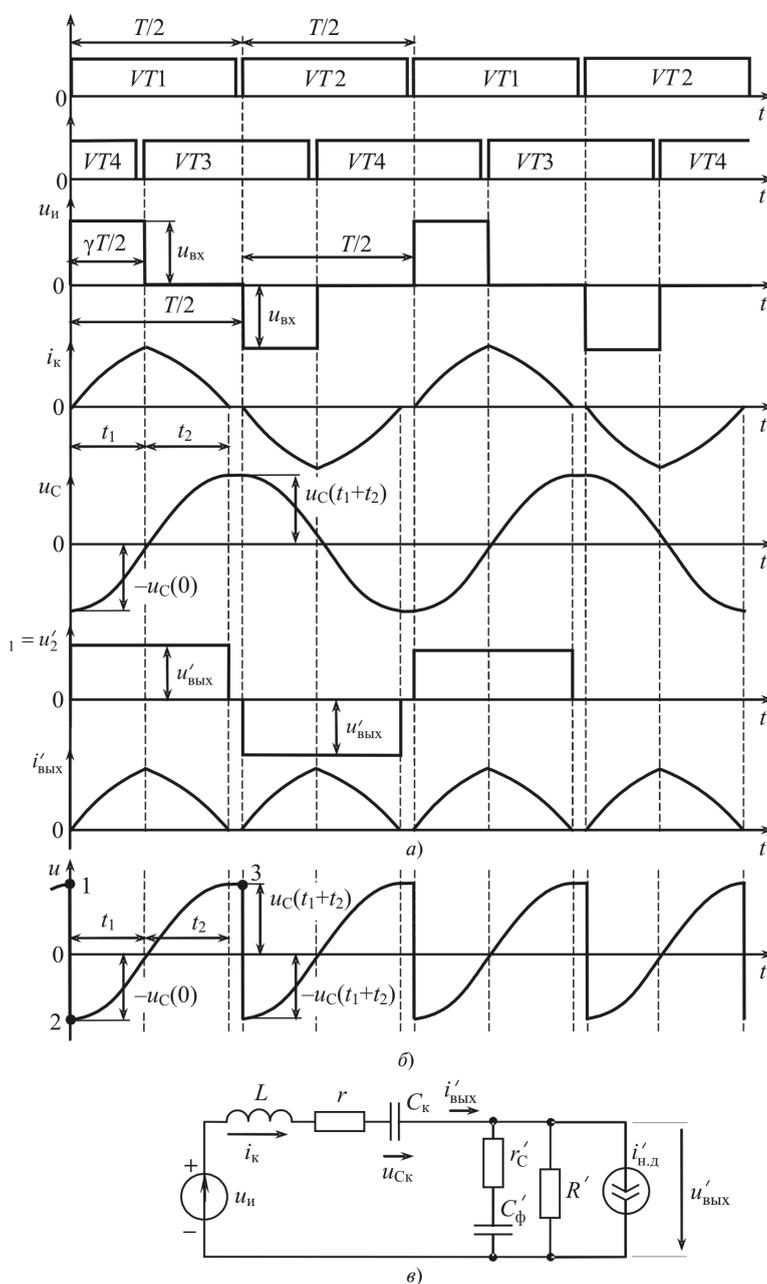


Рис. 2. Временные диаграммы ППН в РПТ (установившийся режим) (а); иллюстрация расчета процесса на полупериоде (б), когда на втором полупериоде рассчитывается кривая $u(t) = -u_{\text{С}}(t)$; эквивалентная схема для половины периода переключений (в)

ке; r – активное сопротивление цепи последовательного LC -контура.

В связи с симметрией мостовой схемы инвертора и выходного выпрямителя можно ограничиться подробным рассмотрением только процессов за один полупериод $T/2$. Тогда вместо кривых $i_k(t)$ и $u_{C_k}(t)$ рассчитываются кривые $i(t)=i'_{\text{ВЫХ}}(t)$ и $u(t)$:

$$i(t) = \begin{cases} i_k(t), & 0 \leq t \leq T/2; \\ -i_k(t), & T/2 \leq t \leq T; \end{cases} \quad (2)$$

$$u(t) = \begin{cases} u_{C_k}(t), & 0 \leq t \leq T/2; \\ -i_{C_k}(t), & T/2 \leq t \leq T. \end{cases}$$

При таких заменах эквивалентная схема на рис. 2,в будет справедлива для интервала t_1+t_2 любого полупериода, если в начале каждого полупериода переключать полярность включения конденсатора C_k и напряжения $u_{\text{и}}$ на выходной диагонали инверторного моста [3].

В [2] для исследования процессов в LC -контуре методом припасовывания уравнения (1) представлены в векторно-матричной форме:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bv_i, \quad (3)$$

где x – вектор состояния \mathbf{B} ; \mathbf{A} и \mathbf{B} – матрицы;

$$x = \begin{Bmatrix} i_k \\ u_{C_k} \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_k} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{Bmatrix};$$

v_i – внешнее скалярное воздействие в РПТ; $i=1,2$; $v_1 = u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}}$; $v_2 = -u'_{\text{ВЫХ}}$. Для получения точного решения уравнения (3) определена его фундаментальная (переходная) матрица

$$e^{At} = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(t) & \Phi_{12}(t) \\ \Phi_{21}(t) & \Phi_{22}(t) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где

$$\Phi_{11}(t) = e^{-\alpha_k t} \left(\cos \omega_k t - \frac{\alpha_k}{\omega_k} \sin \omega_k t \right);$$

$$\Phi_{12}(t) = -\frac{1}{\omega_k L} e^{-\alpha_k t} \sin \omega_k t; \quad (5)$$

$$\Phi_{21}(t) = \frac{1}{\omega_k C_k} e^{-\alpha_k t} \sin \omega_k t;$$

$$\Phi_{22}(t) = e^{-\alpha_k t} \left(\cos \omega_k t + \frac{\alpha_k}{\omega_k} \sin \omega_k t \right);$$

коэффициент затухания и собственная частота LC -контура:

$$\alpha_k = \frac{r}{2L}; \quad \omega_k = \sqrt{\frac{1}{T_k^2} - \alpha_k^2} = \frac{1}{T_k} \sqrt{1 - \xi_k^2};$$

$T_k = \sqrt{LC_k}$ – постоянная времени LC -контура; $\xi_k = \alpha_k T$ – коэффициент демпфирования, изменяющийся у колебательного звена от 0 до 1.

Выходная цепь ППН описывается дифференциальным уравнением первого порядка, которое в операторной форме имеет вид

$$u_{\text{ВЫХ}} = Z(p)(i_{\text{ВЫХ}} - i_{\text{Н.Д}}),$$

где $p = \frac{d}{dt}$; $Z(p)$ – операторное сопротивление параллельно включенных конденсатора выходного фильтра C_{Φ} и сопротивления нагрузки R :

$$Z(p) = \frac{R(1 + \tau_C p)}{1 + T_C p};$$

$\tau_C = r_C C_{\Phi}$; $T_C = (R + r_C)C_{\Phi}$ – постоянные времени цепи конденсатора C_{Φ} ; r_C – эквивалентное последовательное сопротивление (ЭПС) конденсатора C_{Φ} .

Перепишав уравнение выходной цепи в развернутой форме

$$T_C \frac{du_{\text{ВЫХ}}}{dt} + u_{\text{ВЫХ}} = R \left[\tau_C \frac{d(i_{\text{ВЫХ}} - i_{\text{Н.Д}})}{dt} + i_{\text{ВЫХ}} - i_{\text{Н.Д}} \right],$$

проинтегрируем его за полупериода $T/2$, получим равенство

$$T_C \Delta u_{\text{ВЫХ}}(T/2) + \int_0^{T/2} u_{\text{ВЫХ}} dt = R \left\{ \tau_C [\Delta i_{\text{ВЫХ}}(T/2) - \Delta i_{\text{Н.Д}}(T/2)] + \int_0^{T/2} (i_{\text{ВЫХ}} - i_{\text{Н.Д}}) dt \right\},$$

где $\Delta i_{\text{ВЫХ}}(T/2)$ – приращение мгновенного значения выходного напряжения за полупериода $T/2$. Разделив полученное равенство на $T/2$, обозначив согласно методу усреднения

$$2 \frac{\Delta u_{\text{ВЫХ}}(T/2)}{T} = \frac{du_{\text{ВЫХ.ср}}}{dt}$$

и учтя, что в РПТ приращение тока LC -контура $i_k = i'_{\text{ВЫХ}}$ за полупериода $\Delta i_{\text{ВЫХ}}(T/2) = 0$, найдем усредненное дифференциальное уравнение выходной цепи ППН:

$$T_C \frac{du_{\text{ВЫХ.ср}}}{dt} + u_{\text{ВЫХ.ср}} = R(i_{\text{ВЫХ.ср}} - i_{\text{Н.Д.ср}}) - R\tau_C \frac{2\Delta i_{\text{Н.Д}}(T/2)}{T},$$

где

$$u_{\text{ВЫХ.ср}} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} u_{\text{ВЫХ}} dt; \quad i_{\text{ВЫХ.ср}} = \frac{2}{T} \int_0^{t_1+t_2} i_{\text{ВЫХ}} dt.$$

Решение этого уравнения при $i_{\text{Н.Д}} = 0$ имеет вид:

$$u_{\text{ВЫХ}} = [u_{\text{ВЫХ}}(0) - Ri_{\text{ВЫХ.СР}}]e^{-t/T_C} + Ri_{\text{ВЫХ.СР}} \quad (6)$$

(В связи с малым отличием кривых $u_{\text{ВЫХ}}(t)$ и $u_{\text{ВЫХ.СР}}(t)$ в дальнейшем индекс «ср» в обозначении $u_{\text{ВЫХ}}$ будем опускать.)

Как видно из (6), согласно методу усреднения изменение выходного напряжения ППН определяется средним значением выходного тока $i_{\text{ВЫХ.СР}}$, приведенное к первичной обмотке значение которого $i'_{\text{ВЫХ.СР}}$ равно среднему значению тока LC -контура за полпериода $i_{\text{К.СР}}$. Причем, если усредняется ток $i_{\text{К}}$ за второй (отрицательный) полупериод, полученное значение из-за наличия выходного диодного выпрямителя необходимо взять со знаком «плюс», т.е. $i'_{\text{ВЫХ.СР}} = |i_{\text{К.СР}}|$.

Для динамики ППН в РПТ характерно, что ток LC -контура устанавливается за полпериода $T/2$ и определяется так же, как в установившемся режиме. Поэтому динамика LC -контура ППН описывается разностным уравнением первого порядка, что упрощает анализ динамики ППН в РПТ по сравнению с РНТ.

Интегрируя второе уравнения (1) за время t_1+t_2 , деля на $T/2$, получаем уравнение

$$\frac{2C_K \Delta u_{C_K}(T/2)}{T} = i_{\text{К.СР}}, \quad (7)$$

где

$$i_{\text{К.СР}} = \frac{2}{T} \int_0^{t_1+t_2} i_{\text{К}} dt.$$

За время бестоковой паузы напряжение u_C не изменяется, поэтому далее будем считать $u_C(T/2) = u_C(t_1+t_2)$. Приращение напряжения на конденсаторе

$$\Delta u_{C_K}(T/2) = u_{C_K}(T/2) - u_{C_K}(0), \quad (8)$$

конечное значение и его отношение к $T/2$ нельзя принимать за производную среднего значения напряжения на конденсаторе $u_{C_{\text{СР}}}$. Такое допущение возможно лишь в случаях, когда приращение мгновенного значения напряжения за интервал усреднения (в данном случае $T/2$) мало.

Согласно (6) и (7) для расчета процессов в ППН необходимо, полагая $u_{\text{ВЫХ}} = u_{\text{ВЫХ.СР}} = \text{const}$, определить значение $i_{\text{К.СР}} = i'_{\text{ВЫХ.СР}}$, затем по (6) рассчитать изменение $u_{\text{ВЫХ.СР}}$ за время $T_{\text{П}} = T/2$, а из (7) и (8) определить значение

$$u_{C_K}(T_{\text{П}}) = u_{C_K}(0) + \frac{i_{\text{К.СР}}}{2fC_K}, \quad (9)$$

где $f = 1/T$ – частота переключений.

После этого рассчитываются процессы на следующем полупериоде уже при другом среднем значении выходного напряжения $u_{\text{ВЫХ}} = u_{\text{ВЫХ}}(T/2)$, определяемом при подстановке $t = T/2$ в (6).

Для определения тока $i_{\text{К.СР}}$ необходимо проинтегрировать выражения, описывающие изменение тока $i_{\text{К}}$ на интервалах t_1 и t_2 , однако проще воспользоваться векторно-матричными решениями (3):

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= e^{At} [\mathbf{x}(0) - \mathbf{x}^{t_1}(\infty)] + \mathbf{x}^{t_1}(\infty), \quad 0 \leq t \leq t_1; \\ \mathbf{x}(t) &= e^{At} [\mathbf{x}(0) - \mathbf{x}^{t_1}(\infty)] + e^{A(t-t_1)} [\mathbf{x}^{t_1}(\infty) - \mathbf{x}^{t_2}(\infty)] + \\ &+ \mathbf{x}^{t_2}(\infty), \quad t_1 \leq t \leq t_1 + t_2, \end{aligned} \quad (10)$$

где начальное $\mathbf{x}(0)$ и асимптотические $\mathbf{x}^{t_1}(\infty)$, $\mathbf{x}^{t_2}(\infty)$ значения вектора состояния на интервалах t_1 и t_2 определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(0) &= \begin{bmatrix} 0 \\ u_{C_K}(0) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}^{t_1}(\infty) = \begin{bmatrix} 0 \\ u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{x}^{t_2}(\infty) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -u'_{\text{ВЫХ}} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (11)$$

Из второго выражения (10) с учетом (11) получим скалярные формулы для интервала t_2 :

$$\begin{aligned} i_{\text{К}} &= \Phi_{12}(t) [u_{C_K}(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}})] + \Phi_{12}(t - t_1) u_{\text{ВХ}}; \\ u_{C_K} &= \Phi_{22}(t) [u_{C_K}(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}})] + \\ &+ \Phi_{22}(t - t_1) u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Подставляя в первую формулу (12) $t = t_1 + t_2$, $i_{\text{К}} = 0$, приходим к уравнению для определения t_2 :

$$[u_{C_K}(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}})] \Phi_{12}(t_1 + t_2) + u_{\text{ВХ}} \Phi_{12}(t_2) = 0, \quad (13)$$

а при подстановке $t = t_1 + t_2$, $u_{C_K} = u_{C_K}(t_1 + t_2) = u_{C_K}(T_{\text{П}})$ во вторую формулу (12) найдем

$$\begin{aligned} u_{C_K}(T_{\text{П}}) &= \Phi_{22}(t_1 + t_2) [u_{C_K}(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}})] + \\ &+ \Phi_{22}(t_2) u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}}. \end{aligned}$$

Исключая с помощью последнего выражения величину $u_{C_K}(T_{\text{П}})$ из (9), получаем выражение

$$\begin{aligned} \frac{i_{\text{К.СР}}}{2fC_K} &= [u_{C_K}(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}})] \Phi_{22}(t_1 + t_2) + \\ &+ u_{\text{ВХ}} \Phi_{22}(t_2) - u_{C_K}(0) - u'_{\text{ВЫХ}} = \\ &= [u_{C_K}(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}})] [\Phi_{22}(t_1 + t_2) - 1] + \\ &+ u_{\text{ВХ}} [\Phi_{22}(t_2) - 1], \end{aligned} \quad (14)$$

подставляя в которое линейную комбинацию напряжений $u_{C_K}(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}})$, выраженную из (13), найдем расчётное соотношение:

$$\frac{i_{к.ср}}{2fC_K} = u_{вх} [\Phi_{22}(t_2) - 1] - u_{вх} \frac{\Phi_{12}(t_2)}{\Phi_{12}(t_1 + t_2)} \times \\ \times [\Phi_{22}(t_1 + t_2) - 1]. \quad (15)$$

Выражения (14), (15) могут быть получены и непосредственным интегрированием вектора $x(t)$, определяемого выражениями (10):

$$\frac{1}{T_{\Pi}} \int_0^{t_1+t_2} x(t) dt = 2fA^{-1} \{ [e^{A(t_1+t_2)} - 1][x(0) - x^{t_1}(\infty)] + \\ + [e^{At_2} - 1][x^{t_1}(\infty) - x^{t_2}(0)] \} + \gamma_1 x^{t_1}(\infty) + \gamma_2 x^{t_2}(\infty),$$

где

$$\gamma_1 = \frac{t_1}{T_{\Pi}}; \quad \gamma_2 = \frac{t_2}{T_{\Pi}}; \quad A^{-1} = \begin{vmatrix} 0 & C_K \\ -L & -rC_K \end{vmatrix}.$$

С учетом выражения для $x(t_1 + t_2)$, получаемого из второй формулы (10) при $t = t_1 + t_2$, найдем

$$i_{к.ср} = \frac{1}{T_{\Pi}} \alpha_1 \int_0^{t_1+t_2} x(t) dt = 2f\alpha_1 A^{-1} [x(t_1 + t_2) - x(0)] + \\ + \gamma_1 \alpha_1 x^{t_1}(\infty) + \gamma_2 \alpha_1 x^{t_2}(\infty),$$

где $\alpha_1 = \| \| 0 \| \|$ – матрица-строка; $\alpha_1 A^{-1} = \| \| 0 \ C_K \| \|$;

$$\gamma_1 \alpha_1 x^{t_1}(\infty) + \gamma_2 \alpha_1 x^{t_2}(\infty) = \gamma_1 \| \| 0 \| \| \| u_{вх} \ -u'_{вых} \| \| + \\ + \gamma_2 \| \| 0 \| \| \| u'_{вых} \| \| = 0;$$

$$\alpha_1 A^{-1} [x(t_1 + t_2) - x(0)] = \| \| 0 \ C_K \| \| \| u_{C_K}(t_1 + t_2) - u_{C_K}(0) \| \| = \\ = C_K [u_{C_K}(t_1 + t_2) - u_{C_K}(0)].$$

Как видно, из найденного выражения для $i_{к.ср}$ следует равенство (9).

Для проверки выражения (14) рассмотрим случай нерегулируемого по фазе ППН, для которого $t_2 = 0$, $t_1 = \pi / \omega_K$. Учитывая, что в этом случае $\Phi_{22}(t_1) = -e^{-\pi\alpha_K / \omega_K} = -\psi$, $\Phi_{22}(t_2) = 1$, из (14) следует

$$i_{к.ср} = 2fC_K (1 + \psi) [u_{вх} - u'_{вых} - u_{C_K}(0)],$$

что совпадает с выражением, полученным в [3] для установившегося режима, когда $u_C(0) = -U_m$, где U_m – амплитуда напряжения на конденсаторе в установившемся режиме; здесь ψ – коэффициент, зависящий от добротности LC-контура.

Таким образом, получены математические соотношения, позволяющие рассчитывать процессы в LC-контуре ППН, а после определения значения $i_{к.ср} = i'_{вых.ср}$ – усредненный процесс в выходной цепи ППН. Для расчетов перепишем соотношение (15) в виде

$$\frac{i_{к.ср}}{2fC_K u_{вх}} = F_1(t_1, t_2), \quad (16)$$

где обозначено

$$F_1(t_1, t_2) = \Phi_{22}(t_2) - 1 - F_2(t_1, t_2) [\Phi_{22}(t_1 + t_2) - 1]; \quad (17)$$

функция

$$F_2(t_1, t_2) = \frac{\Phi_{12}(t_2)}{\Phi_{12}(t_1 + t_2)} = \frac{\sin \omega_K t_2}{e^{-\alpha_K t_1} \sin \omega_K (t_1 + t_2)}$$

совпадает с введенной в [2].

Уравнение (13) представим в виде

$$u_{C_K}(0) = u_{вх} - u'_{вых} - u_{вх} F_2(t_1, t_2). \quad (18)$$

Для того чтобы избежать решения трансцендентного уравнения (13) относительно t_2 , будем задаваться значениями $\gamma_2 = 2t_2 / T$ и определять соответствующие значения $u_{C_K}(0)$ и $u_{C_K}(T/2)$.

Для обобщения полученных формул, выведенных для полупериода с положительным током i_K на любой полупериод, воспользуемся равенствами (2), заменив $i_{к.ср}$ на $i_{ср}$ и $u_{C_K}(t)$ на $u(t)$. Тогда во всех предыдущих формулах в связи с имеющим место скачкообразным изменением функции $u(t)$ необходимо принимать $u_{C_K}(0) = u(0+)$ (значение после скачка, соответствующее точке 2 на рис. 2,б), $u_{C_K}(T/2) = u_{C_K}(T_{\Pi}) = u(T_{\Pi} - 0)$ (значение до скачка, соответствующее точке 3 на рис. 2,б); здесь $T_{\Pi} = T/2$.

Процессы в LC-контуре проще всего анализировать с помощью разностного уравнения, построив графики функции последования, представляющие собой зависимости значений $u(nT_{\Pi} - 0)$ от $u[(n-1)T_{\Pi} - 0] = -u[(n-1)T_{\Pi} + 0]$, n – целое число при различных значениях параметров схемы. Для упрощения положим $n=1$, тогда зависимость $u(T_{\Pi} - 0)$ от $u(-0)$ соответствует преобразованию точки 1 в точку 3 на рис. 2,б. Целесообразность рассмотрения такого преобразования объясняется тем, что поведение точек 1, 3 и аналогичных им на последующих полупериодах определяет изменение огибающей кривой $u(t)$ в переходных процессах.

Из (16), (18) и (9) с учетом равенства $u(-0) = -u(+0)$ получим расчетные соотношения:

$$2\bar{i}_{ср} = F_1(t_1, t_2); \\ \bar{u}(-0) = \bar{u}(-0)_{КЗ} + \bar{u}_{вых};$$

$$\bar{u}(T_{\Pi} - 0) = -\bar{u}(-0) + 2\bar{i}_{\text{ср}}; \quad (19)$$

$$\bar{u}(-0)_{\text{кз}} = F_2(t_1, t_2) - 1;$$

$$\bar{u}(T_{\Pi} - 0)_{\text{кз}} = -\bar{u}(-0)_{\text{кз}} + 2\bar{i}_{\text{ср}},$$

где $\bar{u}(-0)_{\text{кз}}$ – относительное значение напряжения на конденсаторе LC -контур в начале полупериода слева при коротком замыкании на выходе ППН; как и в работах [2, 3], приняты относительные значения:

$$\bar{u} = u / u_{\text{вх}}; \quad \bar{u}'_{\text{вых}} = u'_{\text{вых}} / u_{\text{вх}}; \quad \bar{i}_{\text{ср}} = \frac{i_{\text{ср}}}{4fC_{\text{к}}u_{\text{вх}}}. \quad (20)$$

Первое равенство (19) для определения $i_{\text{ср}} = i_{\text{к.ср}}$ совпало с полученным в [2], но более сложным путем, чем в данном случае. В установившемся режиме $u_{\text{C}}(T/2) = -u_{\text{C}}(0) = U_m$, где U_m – амплитуда напряжения на конденсаторе LC -контур. Из третьего равенства (19) следует выражение для установившегося режима

$$U_m = \frac{i_{\text{к.ср}}}{4fC_{\text{к}}},$$

которое, как показано в [3], справедливо и для ППН с мостовой схемой инвертора без фазового регулирования.

Приведем также простые равенства, необходимые при расчетах по (19):

$$\alpha_{\text{к}} = \frac{\xi_{\text{к}}\pi\gamma}{\omega_{\text{н}}} = \frac{\pi\gamma}{2Q_{\text{к}}\omega_{\text{н}}}; \quad \omega_{\text{к}}t = \alpha_{\text{к}}t\sqrt{4Q_{\text{к}}^2 - 1};$$

$$\frac{\alpha_{\text{к}}}{\omega_{\text{к}}} = \frac{1}{\sqrt{4Q_{\text{к}}^2 - 1}},$$

где $\gamma = 2t/T$ – относительное время; $Q_{\text{к}} = \sqrt{L/C_{\text{к}}}/r$ – добротность LC -контур; $\omega_{\text{н}} = 2\pi f\sqrt{LC_{\text{к}}}$ – нормированное значение частоты переключений, используемое в ряде зарубежных статей [4, 5]. При построении характеристик в [2] вместо $\omega_{\text{н}}$ используется обратная величина $f_{\text{к}}/f$, где $f_{\text{к}} = \omega_{\text{к}}/2\pi$.

Из (19) видно, что $\bar{i}_{\text{ср}}$, $\bar{u}(-0)_{\text{кз}}$ зависят только от управляющего воздействия t_1 , задаваемого системой управления ППН, и времени t_2 спада тока в LC -контуре. Поскольку при $t_2 \rightarrow 0$ элементы переходной матрицы (4) $\Phi_{12}(t_2) \rightarrow 0$, $\Phi_{22}(t_2) \rightarrow 1$, имеем $F_2(t_1, t_2) \rightarrow 0$, $F_1(t_1, t_2) \rightarrow 0$, $\bar{i}_{\text{ср}} \rightarrow 0$, $\bar{u}(-0)_{\text{кз}} \rightarrow -1$, $\bar{u}(T_{\Pi} - 0)_{\text{кз}} \rightarrow 1$. На рис. 3,а представлены универсальные кривые для LC -контур ППН при $Q_{\text{к}} = 5$, $\omega_{\text{н}} = 1,1$. Используя эти кривые и формулы (19), можно определить значения $\bar{u}(-0)$, $\bar{u}(T_{\Pi} - 0)$ при произвольных значениях $u_{\text{вых}} > 0$ и γ_2 и строить

графики функции последования, представленные на рис. 3,б. Точки пересечений графиков с биссектрисой координатного угла, называемые неподвижными точками отображения, соответствуют установившемуся режиму. Переходные процессы в контуре можно определить, построив лестницу Ламерея для начального значения $\bar{u}(-0)_{\text{на}}$ [6]. На рис. 3,б такое построение показано для $\bar{u}_{\text{вых}} = 0,4$, $\gamma_1 = 0,5$; как видно, процесс сходится к неподвижной точке, т.е. алгоритм расчета устойчив.

Участки графиков функции последования при отрицательных значениях $\bar{u}(-0)$ соответствуют возможным в переходных режимах случаям, когда напряжение на конденсаторе $C_{\text{к}}$ в начале полупериода $u_{\text{C}_{\text{к}}}(0) = u(+0) = -u(-0)$ положительно и в конце этого полупериода конденсатор заряжается до еще большего положительного напряжения $u_{\text{C}_{\text{к}}}(T_{\Pi}) = u(T_{\Pi} - 0)$.

Левые граничные точки графиков функции последования соответствуют $t_2 = 0$, $\bar{i}_{\text{ср}} = 0$, поэтому из третьего равенства (19) следует уравнение прямой, на которой лежат граничные точки:

$$\bar{u}(T_{\Pi} - 0)_{\text{гр1}} = -\bar{u}(-0)_{\text{гр1}},$$

а с учетом второго равенства (19) имеем

$$\bar{u}(-0)_{\text{гр1}} = \bar{u}_{\text{вых}} - 1, \quad \bar{u}(T_{\Pi} - 0)_{\text{гр1}} = 1 - \bar{u}_{\text{вых}}.$$

Правые граничные точки графиков функции последования соответствуют $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$, т.е. границе РПТ. Из третьего равенства (19) с учетом первого следует уравнение для правой границы

$$\bar{u}(T_{\Pi} - 0)_{\text{гр2}} = -\bar{u}(-0)_{\text{гр2}} + F_1(t_1, T_{\Pi} - t_1),$$

которая, как видно, при $t_1 = \text{const}$ представляет собой прямую, параллельную левой границе, но смещенную за счет второго слагаемого в правой части последнего равенства.

Как видно из рис. 3,б, при $\gamma_1 = 0,9$ установившийся режим прерывистого тока при указанных значениях параметров невозможен, поскольку кривые не пересекают биссектрису.

В неподвижной точке отображения $\bar{u}(-0) \rightarrow \bar{u}(T_{\Pi} - 0)$, соответствующей установившемуся режиму ППН, имеем $\bar{u}(T_{\Pi} - 0) = \bar{u}(-0)$ и из равенств (19) следуют уравнения для расчета статических характеристик в РПТ:

$$2\bar{i}_{\text{ср.уст}} = F_1(t_1, t_2);$$

$$\bar{u}_{\text{вых.уст}} = \bar{u}(-0)_{\text{уст}} + 1 - F_2(t_1, t_2);$$

$$\bar{u}(-0)_{\text{уст}} = \bar{i}_{\text{ср.уст}}.$$

Из первого и второго уравнений можно исключить время t_2 и получить выражения для расчета внешних характеристик, однако проще рассматри-

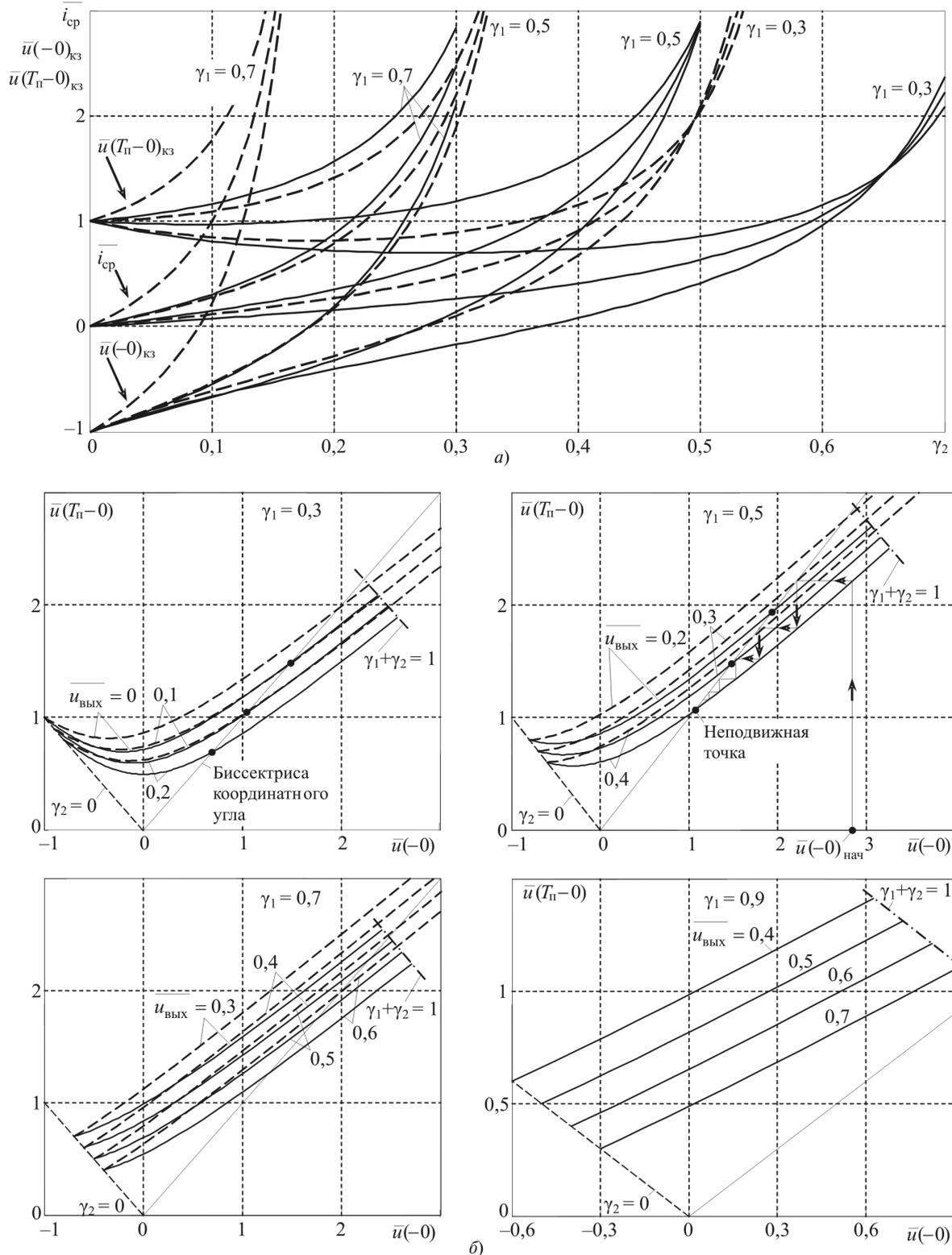


Рис. 3. Универсальные кривые для LC-контура ППН (а); графики функций последования для LC-контура при $Q_k=5$: $\omega_n=1,1$ (—) и $\omega_n=0,9$ (----) (б)

вать это уравнение как параметрическое (с параметром t_2) задание зависимости $\bar{u}_{вых.уст}$ от $\bar{i}_{ср.уст}$ при заданном t_1 . Поэтому статические характеристики на рис. 4 строим, задаваясь значениями t_2 и определяя соответствующие значения $\bar{i}_{ср.уст}$, $\bar{u}_{вых.уст}$. Внешние характеристики на рис. 4,а сов-

падают с рассчитанными в [2] по более сложному алгоритму.

Графики отображений последования (рис. 3,б) построены для ППН с разомкнутой системой управления, когда управляющее воздействие t_1 рассматривается как параметр ($t_1 = const$), и не могут

быть использованы для оценки динамики ППН с замкнутой системой управления.

Поскольку среднее значение тока в LC -контуре $i_{к.ср}$, вычисляемое один раз за полпериода $T_{п}$, представляет собой дискретную величину, для описания динамики системы приходится использовать разностные уравнения. Два разностных уравнения, вытекающие из равенств (6) и (9), при использовании восходящих (обратных) разностей [7] имеют вид:

$$\begin{aligned} u'_{\text{ВЫХ}}(nT_{п}) &= du'_{\text{ВЫХ}}[(n-1)T_{п}] + (1-d)R'i_{ср}[(n-1)T_{п}]; \\ u(nT_{п}-0) &= -u[(n-1)T_{п}-0] + \frac{1}{2fC_{к}}i_{ср}[(n-1)T_{п}], \end{aligned} \quad (21)$$

где $d = e^{-T_{п}/T_{C}}$; R' – сопротивление нагрузки ППН, приведенное к первичной обмотке трансформатора.

Неточность этих разностных уравнений заключается в следующем. Несмотря на то, что среднее значение тока $i_{ср}$ представляет собой дискретную величину, поскольку каждому полпериоду $T_{п}$ соответствует только одно его значение, момент фиксации этого значения, вообще говоря, неизвестен. Принимаем, что это значение фиксируется в начале полпериода.

Из (19) видно, что значение $i_{ср}$ нелинейно зависит от длительностей интервалов t_1 , t_2 и входного напряжения $u_{\text{ВХ}}$, а через t_2 – и от остальных входящих в уравнение (21) величин. Часть схемы ППН, формирующая значение $i_{ср}$, в РПТ безынерционна,

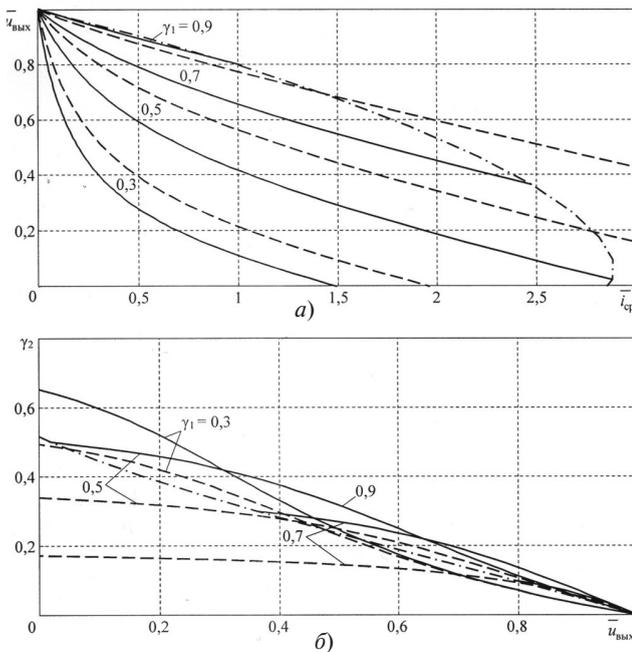


Рис. 4. Графики установившегося режима прерывистого тока: a – внешние характеристики; b – для определения времени спада тока при $\omega_{\text{H}} = 1,1$ (—) и $\omega_{\text{H}} = 0,9$ (---); граница РПТ при $\omega_{\text{H}} = 1,1$ (- · - · -)

но нелинейна. Проведем ее линеаризацию в окрестности установившегося режима, как принято в теории автоматического управления. При этом необходимо найти математические соотношения, описывающие малые отклонения (вариации) токов и напряжений в возмущенном режиме от значений величин, соответствующих установившемуся режиму.

Определим полный дифференциал (14):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta i_{к.ср}}{2fC_{к}} &= [u_{C_{к}}(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}})\Phi'_{22}(t_1+t_2)(\Delta t_1 + \Delta t_2) + \\ &+ [\Phi_{22}(t_1+t_2) - 1][\Delta u_{C_{к}}(0) - (\Delta u_{\text{ВХ}} - \Delta u'_{\text{ВЫХ}})] + \\ &+ u_{\text{ВХ}}\Phi'_{22}(t_2)\Delta t_2 + [\Phi_{22}(t_2) - 1]\Delta u_{\text{ВХ}}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Phi'_{22}(t_1+t_2) &= \left. \frac{\Phi_{22}(t)}{dt} \right|_{t=t_1+t_2}; \\ \Phi'_{22}(t_2) &= \left. \frac{\Phi_{22}(t)}{dt} \right|_{t=t_2}. \end{aligned}$$

Воспользуемся выражениями для производных элементов переходной матрицы (5), известными из [2, 9]:

$$\begin{aligned} \Phi'_{11}(t) &= -\frac{r}{L}\Phi_{11}(t) - \frac{1}{L}\Phi_{21}(t); \\ \Phi'_{12}(t) &= -\frac{r}{L}\Phi_{12}(t) - \frac{1}{L}\Phi_{22}(t) = -\frac{1}{L}\Phi_{11}(t); \\ \Phi'_{21}(t) &= \frac{1}{C_{к}}\Phi_{11}(t); \\ \Phi'_{22}(t) &= \frac{1}{C_{к}}\Phi_{12}(t). \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\Delta i_{к.ср}}{2fC_{к}} &= \frac{1}{C_{к}}[u_{C_{к}}(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}})]\Phi_{12}(t_1+t_2)\Delta t_1 + \\ &+ \frac{1}{C_{к}}\{[u_{C_{к}}(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}})]\Phi_{12}(t_1+t_2) + \\ &+ u_{\text{ВХ}}\Phi_{12}(t_2)\}\Delta t_2 + [\Phi_{12}(t_2) - \Phi_{22}(t_1+t_2)]\Delta u_{\text{ВХ}} + \\ &+ [\Phi_{22}(t_1+t_2) - 1][\Delta u_{C_{к}}(0) + \Delta u'_{\text{ВЫХ}}]. \end{aligned}$$

Согласно равенству (13) выражение в фигурных скобках перед Δt_2 равно 0, поэтому справедливо равенство

$$[u_{C_{к}}(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}})]\Phi_{12}(t_1+t_2) = -u_{\text{ВХ}}\Phi_{12}(t_2),$$

что позволяет представить выражение для приращения среднего значения тока в LC -контуре в виде

$$\frac{\Delta i_{к.ср}}{2fC_к} = s_1 \Delta t_1 + b_1 \Delta u_{вх} - b_2 [\Delta u_{C_к}(0) + \Delta u'_{ввых}], \quad (22)$$

где

$$s_1 = -\frac{1}{C_к} u_{вх} \Phi_{12}(t_2); \quad b_1 = \Phi_{22}(t_2) - \Phi_{22}(t_1 + t_2);$$

$$b_2 = 1 - \Phi_{22}(t_1 + t_2); \quad \Delta u_{C_к}(0) = -\Delta u(-0).$$

Выражение (22) не зависит от Δt_2 , что существенно облегчает линеаризацию динамической модели ППН.

Использование представленных на рис. 3,а зависимостей $\bar{i}_{ср} = i_{к.ср} / (4fC_к u_{вх})$ для проверки выражения (22) возможно при их построении для значений γ_1 , изменяющихся с малым шагом. При этом необходимо учитывать, что зависимости на рис. 3,а построены в предположении $u_{вх} = \text{const}$ и при переходе от одного значения $\gamma_1 = t_1 / T_п$ к другому при $t_2 = \text{const}$ изменяются значения $u_{C_к}(0)$ и $u'_{ввых}$, а также значения коэффициентов s_1, b_1 и b_2 .

Заменяя с учетом равенств (2) $\Delta i_{к.ср}$ на $\Delta i_{ср}$, $\Delta u_{C_к}(0)$ на $-\Delta u(-0)$, формулу (22) можем представить в виде

$$\frac{\Delta i_{ср}(nT_п)}{2fC_к} = s_1 \Delta t_1(nT_п) + b_1 \Delta u_{вх}(nT_п) + b_2 [\Delta(nT_п - 0) - \Delta u'_{ввых}(nT_п)], \quad (23)$$

Линейность разностных уравнений (21) делает их справедливыми и для приращений тока и напряжений. Подставляя в них выражение (23), получаем линеаризованные уравнения:

$$\Delta u'_{ввых}(nT_п) = z_2 \Delta u'_{ввых}[(n-1)T_п] + c_1 \{s_1 \Delta t_1[(n-1)T_п] + b_1 \Delta u_{вх}[(n-1)T_п] + b_2 \Delta u[(n-1)T_п - 0]\}; \quad (24)$$

$$\Delta u(nT_п - 0) = z_1 \Delta u[(n-1)T_п - 0] + s_1 \Delta t_1[(n-1)T_п] + b_1 \Delta u_{вх}[(n-1)T_п] - b_2 \Delta u'_{ввых}[(n-1)T_п],$$

где при $T_C \gg T_п$ значение $c_1 = 2fC_к R'(1-d) \approx C_к / C'_ф$; $z_1 = b_2 - 1$; $z_2 = d = c_1 b_2$ – корни характеристических уравнений для разностных уравнений. Выполнив z -преобразование уравнений (24), получим:

$$\Delta u'_{ввых}(z) = \frac{c_1}{z - z_2} [s_1 \Delta t_1(z) + b_1 \Delta u_{вх}(z) + b_2 \Delta u(z)];$$

$$\Delta u(z) = \frac{1}{z - z_2} [s_1 \Delta t_1(z) + b_1 \Delta u_{вх}(z) - b_2 \Delta u'_{ввых}(z)]. \quad (25)$$

Структурные динамические модели ППН. Большое значение имеют структурные динамические модели ППН, позволяющие использовать достиже-

ния современной теории автоматического управления для анализа и синтеза ППН с замкнутыми системами управления. Первым шагом при обосновании структурных динамических моделей резонансных ППН являются замены согласно равенствам (2) и описание кривой $u(t)$ уравнением

$$u(t) = \frac{1}{C_к} \int i dt - 2u(nT_п - 0) \int \delta(t - nT_п) dt$$

аналогично предложенному в [8], где $\delta(t)$ – дельта-функция, называемая также мгновенным импульсом [7]. Этому точному уравнению соответствует структурная схема, представленная на рис. 5,а. Замена реальных импульсов тока $i(t) = i'_{ввых}(t)$, показанных на рис. 2,а, прямоугольными импульсами длительностью $T_п$ и высотой $i_{ср}$ (см. рис. 5,б) согласно уравнению (6) позволяет с достаточной для практики точностью определить изменение выходного напряжения ППН, поскольку $T_C \gg T_п$. Подобная замена в схеме на рис. 5,а согласно уравнениям (7), (8) приводит к схеме на рис. 5,в, выходное напряжение которой изменяется линейно на полупериоде между точными значениями $u(+0)$ и $u(T_п - 0)$ (см. штриховую линию на рис. 5,б). Учитывая уравнения (22) и (6), а также схему, получаемую из рис. 5,в переносом узла суммирования на вход импульсного элемента с учетом равенства

$$\Delta u(p) = \frac{1}{C_к p} [\Delta i_{ср}(p) - 2C_к \Delta u^*(p)] =$$

$$= \frac{1}{C_к} \Delta i_{ср}(p) - \frac{2}{p} \Delta u^*(p),$$

где звездочкой обозначен сигнал на выходе ИИЭ, получаем линеаризованную импульсную модель ППН, представленную на рис. 5,г.

Безынерционная линейная часть схемы на рис. 5,г совместно с идеальным импульсным элементом ИИЭ1 обеспечивает выделение дискретных значений $\Delta i_{ср}(nT_п) / (2fC_к)$ непрерывного сигнала $\Delta i_{ср}(t) / (2fC_к)$ в соответствии с (22), поэтому изменение сигналов, входящих в (22), между моментами дискретизации безразлично для функционирования модели. Дискретные значения $\Delta i_{ср}(nT_п) / (2fC_к)$ поступают на формирующее звено (экстраполятор нулевого порядка) с передаточной функцией

$$W_{ф.з}(p) = \frac{1}{p} (1 - e^{-pT_п}),$$

который формирует ступенчатую кривую $\Delta i_{ср}(t) / (2fC_к)$ наподобие показанной на рис. 5,б кривой $i_{ср}(t)$. Тогда на выходе звена $Z'(p)$ формируется кривая вариации выходного напряжения $\Delta u'_{ввых}(t)$, а на выходе схемы, полученной из рис. 5,в переносом узла суммирования, – кривая сигнала

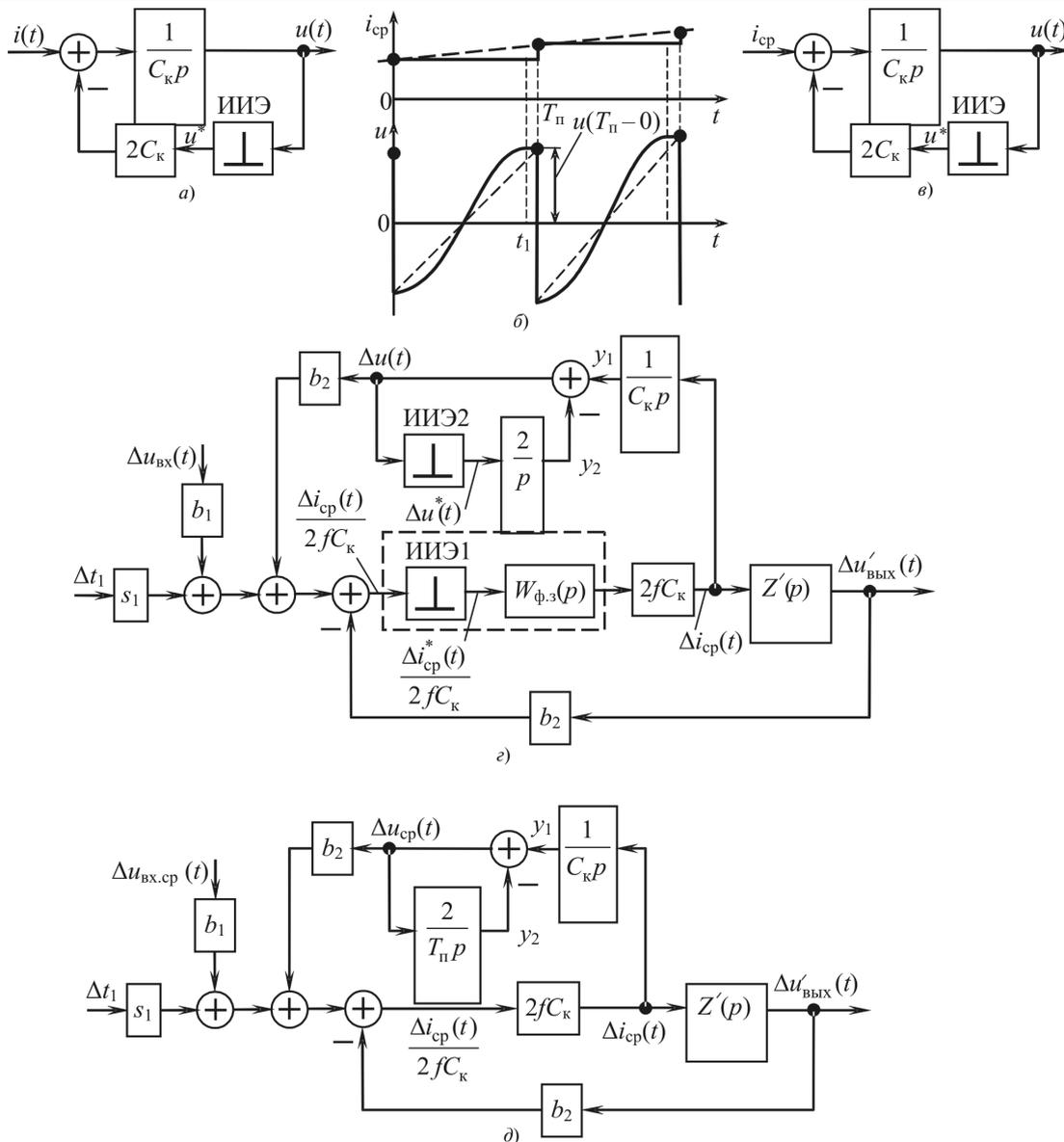


Рис. 5. Структурные динамические модели резонансного ППН с фазовым регулированием: а — точная модель LC-контура; б — временные диаграммы для LC-контура; в — модель LC-контура, соответствующая усреднению импульсов тока контура; г — линеаризованная импульсная структурная модель ППН; д — линеаризованная усредненная модель ППН

ла $\Delta u(t)$, дискретные значения которого точно соответствуют уравнениям (7), (8). Линейное изменение сигнала $\Delta u(t)$ между моментами дискретизации не влияет на работу модели, поскольку импульсный элемент ИИЭ1 выделяет точные дискретные значения сигнала $\Delta u(t)$.

Таким образом, структурная модель на рис. 5,г полностью соответствует аналитическим соотношениям, описывающим динамику ППН, и физике процессов в преобразователе.

Обозначив передаточную функцию приведенной линейной части контура регулирования выходного напряжения ППН как

$$W_1(p) = \frac{\Delta u'_{\text{ВЫХ}}(p)}{\Delta i_{\text{CP}}^*(p)/(2fC_K)} = 2fC_K \frac{(1 - e^{-pT_{\text{п}}})R'}{p(T_C p + 1)},$$

найдем ее смещенное z -преобразование, учитывая, что согласно [7]

$$\frac{1/T_C}{p(p+1/T_C)} \leftrightarrow \frac{z}{z-1} \frac{z d^\epsilon}{z-d},$$

$$W_1(z, \epsilon) = 2fC_K R' \left[z \frac{z-d-(z-1)d^\epsilon}{(z-1)(z-d)} \right]$$

$$\left[\frac{z-d-(z-1)d^\epsilon}{(z-1)(z-d)} \right] = 2fC_K R' \left[1 - \frac{(z-1)d^\epsilon}{(z-d)} \right],$$

где $d = e^{-T_{\text{п}}/T_C}$. Уравнение разомкнутого контура регулирования напряжения имеет вид

$$b_2 \Delta u'_{\text{ВЫХ}}(z, \varepsilon) = b_2 W_1(z, \varepsilon) \frac{\Delta i_{\text{CP}}(z, 0)}{2fC_K}, \quad (26)$$

где z -преобразование $\Delta i_{\text{CP}}(z, 0)/(2fC_K)$ определяется из уравнения суммирующего звена, находящегося на входе импульсного элемента ИИЭ1:

$$\frac{\Delta i_{\text{CP}}(z, 0)}{2fC_K} = s_1 \Delta t_1(z, 0) + b_1 \Delta u_{\text{ВХ}}(z, 0) + b_2 \Delta u(z, -0) - b_2 \Delta u'_{\text{ВЫХ}}(z, 0). \quad (27)$$

Подставляя в (27) величину $b_2 \Delta u'_{\text{ВЫХ}}(z, 0)$ из (26) при $\varepsilon=0$ и решая, получаем

$$\frac{\Delta i_{\text{CP}}(z, 0)}{2fC_K} = \frac{1}{1+b_2 W_1(z, 0)} [s_1 \Delta t_1(z, 0) + b_1 \Delta u_{\text{ВХ}}(z, 0) + b_2 \Delta u(z, -0)],$$

где

$$W_1(z, 0) = \frac{c_1}{z-d}; \quad \frac{1}{1+b_2 W_1(z, 0)} = \frac{z-d}{z-d+c_1 b_2};$$

$$c_1 = 2fC_K R'(1-d).$$

Подставив выражение для $\Delta i_{\text{CP}}(z, 0)/(2fC_K)$ в (26), получим формулу

$$\Delta u'_{\text{ВЫХ}}(z, \varepsilon) = \frac{2fC_K R'[z-d-(z-1)d^\varepsilon]}{z-z_2} \times [s_1 \Delta t_1(z, 0) + b_1 \Delta u_{\text{ВХ}}(z, 0) + b_2 \Delta u(z, -0)], \quad (28)$$

где $z_2 = d - c_1 b_2$. Эта формула позволяет вычислить значения сигнала $\Delta u'_{\text{ВЫХ}}(t)$ не только в дискретные моменты времени при $\varepsilon=0$, но и в промежуточные моменты времени. При $\varepsilon=0$ формула (28) совпадает с первой формулой (25).

Для определения z -преобразования $\Delta u(z, \varepsilon)$ используем передаточную функцию от выхода импульсного элемента ИИЭ1 до суммирующего звена на входе импульсного элемента ИИЭ2 (рис. 5,з):

$$W_2(p) = 2fC_K W_{\text{ф.з}}(p) \frac{1}{C_K p} = 2f \frac{1-e^{-pT_\Pi}}{p^2},$$

согласно [7] ее смещенное z -преобразование

$$W_2(z, \varepsilon) = 2fT_\Pi \left\{ z \left[\frac{\varepsilon}{z-1} + \frac{1}{(z-1)^2} \right] - \left[\frac{\varepsilon}{z-1} + \frac{1}{(z-1)^2} \right] \right\} = \varepsilon + \frac{1}{z-1},$$

где $2fT_\Pi = 1$, а также передаточную функцию от выхода импульсного элемента ИИЭ2 до его входа

$$W_3(p) = \frac{2}{p}$$

и ее смещенное z -преобразование, совпадающее с простым,

$$W_3(z, \varepsilon) = W_3(z) = \frac{2z}{z-1}.$$

Тогда

$$\Delta u(p) = W_2(p) \frac{\Delta i_{\text{CP}}^*(p)}{2fC_K} + W_3(p) \Delta u^*(p).$$

Учтем периодические скачки сигнала $\Delta u(p)$ в моменты дискретизации, а также то, что импульсный элемент ИИЭ2 фиксирует левые значения сигнала в моменты дискретизации $\Delta u(nT_\Pi - 0)$, отличающиеся от правых значений. Это связано с тем, что порядок многочлена знаменателя передаточной функции $W_3(p)$ лишь на единицу превышает порядок многочлена числителя, тогда импульсная характеристика звена $W_3(p)$ не равна 0 в момент $t=0$.

Сигнал $y_1(t)$ на рис. 5,з не имеет скачков в отличие от сигнала $y_2(t)$, тогда для суммирующего звена справедливо уравнение

$$\Delta u(nT_\Pi - 0) = y_1(nT_\Pi, 0) - y_2(nT_\Pi - 0),$$

которое после z -преобразования:

$$\Delta u(z, \varepsilon) = y_1(z, \varepsilon) - y_2(z, \varepsilon),$$

где

$$y_1(z, \varepsilon) = W_2(z, \varepsilon) \frac{\Delta i_{\text{CP}}(z, 0)}{2fC_K};$$

$$y_2(z, \varepsilon) = z^{-1} W_3(z, 1 + \varepsilon) \Delta u(z, -0).$$

С учетом выражений для $y_1(z, 0)$ и $y_2(z, -0)$ из уравнения суммирующего звена при $\varepsilon=-0$ получим

$$\Delta u(z, -0) = \frac{W_2(z, 0)}{1+z^{-1}W_3(z, 1)} \frac{\Delta i_{\text{CP}}(z, 0)}{2fC_K},$$

где

$$W_2(z, 0) = \frac{1}{z-1}; \quad z^{-1}W_3(z, 1) = \frac{2}{z-1}.$$

Найдем

$$\Delta u(z, -0) = \frac{1}{z+1} \frac{\Delta i_{\text{CP}}(z, 0)}{2fC_K},$$

откуда с учетом равенства (27) следует выражение

$$\Delta u(z, -0) = \frac{1}{z-z_1} \times [s_1 \Delta t_1(z, 0) + b_1 \Delta u_{\text{ВХ}}(z, 0) - b_2 \Delta u'_{\text{ВЫХ}}(z, -0)],$$

совпадающее со второй формулой (25), где $z_1 = b_2 - 1$. Подставляя это выражение в (28) и решая уравнение при $\varepsilon = 0$, получаем

$$\Delta u_{\text{ВЫХ}}(z,0) = \frac{c_1(z-z_1+c_1b_2)}{z^2 - z(z_1+z_2) + z_1z_2 + c_1b_2} \times \\ \times [s_1 \Delta t_1(z,0) + b_1 \Delta u_{\text{ВХ}}(z,0)].$$

Таким образом из импульсной модели (рис. 5,з) вытекают разностные уравнения (24), что является подтверждением ее правильности.

На практике важно иметь пусть приближенные, но непрерывные динамические модели ППН. Поскольку при реальных значениях параметров схемы корни z_1 и z_2 положительны, можно подобрать непрерывную систему, в которой дискретные последовательности $\Delta u'_{\text{ВЫХ}}(nT_{\text{П}})$ и $\Delta u(nT_{\text{П}} - 0)$ заменены непрерывными функциями $\Delta u'_{\text{ВЫХ}}(t)$ и $\Delta u(t)$, графики которых проходят через дискретные точки $\Delta u'_{\text{ВЫХ}}(nT_{\text{П}})$ и $\Delta u(nT_{\text{П}} - 0)$ [10]. При этом функция $\Delta u'_{\text{ВЫХ}}(t)$ из-за сравнительно большой постоянной времени $T_{\text{С}} \gg T_{\text{П}}$ будет близка к реальной кривой вариации выходного напряжения ППН, а функция $\Delta u(t)$ будет представлять огибающую точек $\Delta u(nT_{\text{П}} - 0)$.

Определив производные непрерывных функций $\Delta u'_{\text{ВЫХ}}(t)$, $\Delta u(t)$ по приближенным формулам

$$\frac{d(\Delta u'_{\text{ВЫХ}})}{dt} = \frac{\Delta u'_{\text{ВЫХ}}(nT_{\text{П}}) - \Delta u'_{\text{ВЫХ}}[(n-1)T_{\text{П}}]}{T_{\text{П}}}, \\ \frac{d(\Delta u)}{dt} = \frac{\Delta u(nT_{\text{П}} - 0) - \Delta u[(n-1)T_{\text{П}} - 0]}{T_{\text{П}}},$$

из (24) получим дифференциальные уравнения:

$$T_{\text{П}} \frac{d(\Delta u'_{\text{ВЫХ}})}{dt} = (z_2 - 1) \Delta u'_{\text{ВЫХ}}(t) + \\ + c_1 [s_1 \Delta t_1(t) + b_1 \Delta u_{\text{ВХ}}(t) + b_2 \Delta u(t)]; \\ T_{\text{П}} \frac{d(\Delta u)}{dt} = (z_1 - 1) \Delta u(t) + \\ + s_1 \Delta t_1(t) + b_1 \Delta u_{\text{ВХ}}(t) + b_2 \Delta u'_{\text{ВЫХ}}(t).$$

Операторная форма этих уравнений

$$\Delta u'_{\text{ВЫХ}}(p) = \frac{c_1}{(1-z_2) \left(\frac{T_{\text{П}}}{1-z_2} p + 1 \right)} \times \\ \times [s_1 \Delta t_1(p) + b_1 \Delta u_{\text{ВХ}}(p) + b_2 \Delta u(p)]; \\ \Delta u(p) = \frac{1}{(1-z_1) \left(\frac{T_{\text{П}}}{1-z_2} p + 1 \right)} \times \\ \times [s_1 \Delta t_1(p) + b_1 \Delta u_{\text{ВХ}}(p) - b_2 \Delta u'_{\text{ВЫХ}}(p)] \quad (29)$$

позволяет построить непрерывную структурную линеаризованную динамическую модель. Однако ее можно получить и из имеющейся линеаризованной импульсной структурной модели (рис. 5,з), поскольку в связи с заменой реальной последовательности импульсов тока LC -контура током ступенчатой формы $i_{\text{СР}}(t)$ (см. рис. 5,б) ток LC -контура «стал непрерывным». Тогда для получения непрерывной модели импульсный элемент, формирующий импульсы тока с амплитудой $\Delta i_{\text{СР}}$ и длительностью $T_{\text{П}}$, представленный на рис. 5,з последовательным соединением идеального импульсного элемента ИИЭ1 и формирующего звена с передаточной функцией $W_{\text{Ф.З}}(p)$, заменяем пропорциональным звеном с коэффициентом передачи, равным 1 (при произвольной длительности прямоугольных импульсов этот коэффициент передачи равен относительной длительности импульсов). Идеальный импульсный элемент ИИЭ2, формирующий дельта-импульсы площадью $\Delta u(nT_{\text{П}} - 0)$, заменяем пропорциональным звеном с коэффициентом передачи, равным $1/T_{\text{П}}$, тогда получим структурную схему, представленную на рис. 5,д.

Для схемы на рис. 5,д после замены цепей с обратными связями динамическими звеньями с соответствующими передаточными функциями запишем систему уравнений в операторной форме:

$$\frac{\Delta i_{\text{СР}}(p)}{2fC_{\text{К}}} = s_1 \Delta t_1(p) + b_1 \Delta u_{\text{ВХ}}(p) + b_2 [\Delta u_{\text{СР}}(p) - \\ - \Delta u'_{\text{ВЫХ}}(p)]; \\ \Delta u_{\text{СР}}(p) = \frac{T_{\text{П}}}{2C_{\text{К}} \left(\frac{T_{\text{П}}}{2} p + 1 \right)} \Delta i_{\text{СР}}(p).$$

Подставляя первое выражение во второе, получаем

$$\Delta u_{\text{СР}}(p) = W_4(p) [s_1 \Delta t_1(p) + b_1 \Delta u_{\text{ВХ}}(p) - b_2 \Delta u'_{\text{ВЫХ}}(p)], \quad (30)$$

где

$$W_4(p) = \frac{K_4}{T_4 p + 1}; \quad K_4 = \frac{1}{2-b_2}; \quad T_4 = \frac{T_{\text{П}}}{2-b_2}.$$

Для контура регулирования напряжения $\Delta u'_{\text{ВЫХ}}(t)$ из рис. 5,д получим

$$\Delta u'_{\text{ВЫХ}}(p) = W_5 [s_1 \Delta t_1(p) + b_1 \Delta u_{\text{ВХ}}(p) + b_2 \Delta u_{\text{СР}}(p)], \quad (31)$$

где

$$W_5(p) = \frac{K_5}{T_5 p + 1}; \quad K_5 = \frac{2fC_{\text{К}} R'}{1 + 2fC_{\text{К}} R' b_2}; \quad T_5 = \frac{T_{\text{С}}}{1 + 2fC_{\text{К}} R' b_2}.$$

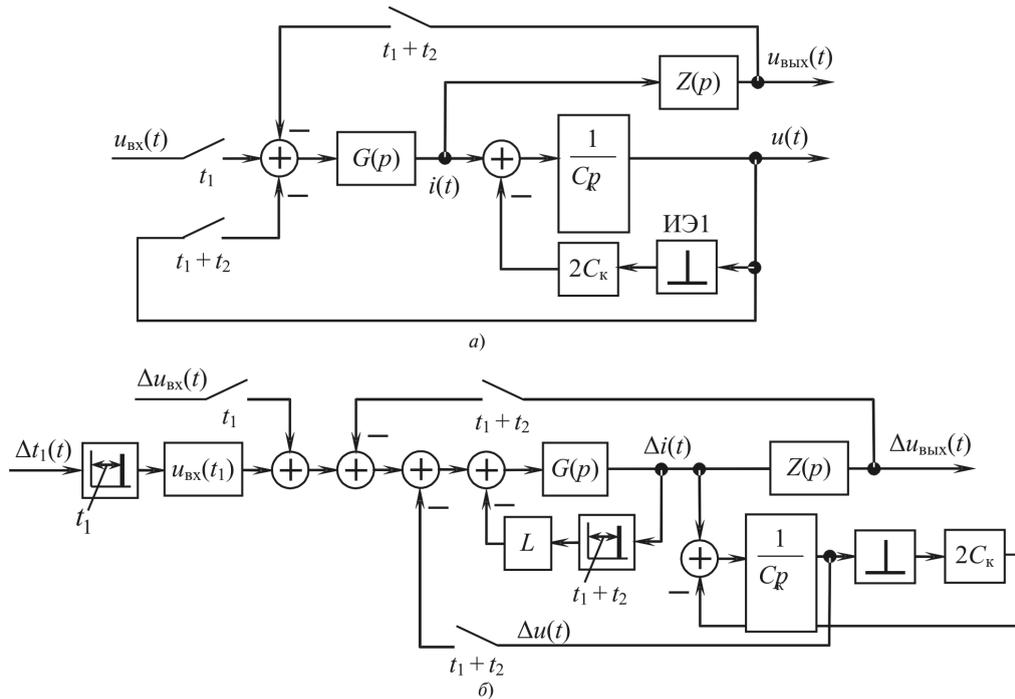


Рис. 6. Точные дискретные структурные динамические модели резонансного ППН с фазовым регулированием: а — нелинейная; б — линеаризованная

Учитывая, что $c_1 = 2fC_K R'(1-d) \approx C_K / C'_\Phi$; $z_1 = b_2 - 1$; $z_2 = d - c_1 b_2$, преобразуем параметры, входящие в (29), с учетом равенства $1-d \approx T_\Pi / T_c$:

$$\frac{1}{1-z_1} = \frac{1}{2-b_2} = K_4; \quad \frac{T_\Pi}{1-z_1} = \frac{T_\Pi}{2-b_2} = T_4;$$

$$\frac{c_1}{1-z_2} = \frac{c_1}{1-d+c_1 b_2} = \frac{2fC_K R'(1-d)}{(1-d)(1+2fC_K R' b_2)} = K_5;$$

$$\frac{T_\Pi}{1-z_2} = \frac{T_\Pi}{(1-d)(1+2fC_K R' b_2)} \approx \frac{T_c}{1+2fC_K R' b_2} = T_5.$$

Как видно, уравнения (30) и (31) совпадают с уравнениями (29) и схема на рис. 5,д следует из уравнений (29).

Для сравнения на рис. 6,а показана точная нелинейная импульсная структурная динамическая модель ППН, построенная с использованием идеи, высказанной в [8] и впервые реализованной применительно к резонансным ППН в работе автора [3]. Модель соответствует уравнениям (1), (6) для мгновенных значений токов и напряжений $G(p) = (Lp+r)^{-1}$, идеальный импульсный элемент ИЭ1 обеспечивает периодические скачки напряжения $u(t)$. Схема содержит ключи, периодически (с периодом T_Π) замыкающиеся на время, указанное под изображением ключа; $G(p) = (Lp+r)^{-1}$.

Линеаризация этой модели по известной методике [9] приводит к структурной схеме на рис. 6,б. Эта модель оказывается намного сложнее, чем схема на рис. 5,з, которая может быть использована

при синтезе систем управления ППН. Главное упрощение заключается в том, что использование среднего значения тока в LC-контуре позволило исключить ключи, имеющиеся в точных моделях (рис. 6) и существенно усложняющие математическое описание моделей.

Подробное исследование динамических моделей резонансного ППН с фазовым регулированием является предметом отдельной работы, поэтому ограничимся изложенным выше и отметим, что в результате проведенных исследований и аналитических преобразований получены импульсная структурная динамическая модель, вполне пригодная для синтеза системы управления ППН и анализа ППН с замкнутой системой управления, а также простая непрерывная линеаризованная динамическая модель.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белов Г.А. Анализ характеристик резонансного преобразователя с фазовым регулированием методом основной гармоники. — Материалы XI Всероссийской конф. «Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике (ИТЭЭ-2018)». Чебоксары: Изд-во Чувашского университета, 2018, с. 39–48.
2. Белов Г.А., Серебрянников А.В., Павлова А.А. Анализ и расчет характеристик установившегося режима в преобразователе постоянного напряжения с последовательным резонансным инвертором. — Практическая силовая электроника, 2015, № 4 (60), с. 27–37.
3. Белов Г.А. Высокочастотные тиристорно-транзисторные преобразователи постоянного напряжения. М.: Электроатомиздат, 1987, 120 с.
4. Sam Abdel-Rahman. Resonant LLC Converter: Operation and Design. Application Note AN2012-09, 2012, Infineon Technologies North America (ITNA) Corp. [Электрон. ресурс] www.infineon.com. (дата обращения 18.09.2018).

5. **Silvio De Simone.** LLC Resonant Half-Bridge Converter Design Guideline. Application Note AN2450, 2014. [Электрон. ресурс] www.st.com. (дата обращения 21.09.2018).

6. **Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.Л.** Введение в теорию нелинейных колебаний: Учебное пос. для вузов. М.: Наука, 1987, 384 с.

7. **Бесекерский В.А.** Цифровые автоматические системы. М.: Наука, 1976, 576 с.

8. **Шипило В.П., Долбня В.Т., Зезюлькин Г.Г.** Импульсная модель однофазного автономного инвертора. – *Электричество*, 1978, № 11, с. 37–43.

9. **Белов Г.А.** Теория импульсных преобразователей. Чебоксары: Изд-во Чувашского государственного университета, 2016, 310 с.

10. **Косякин А.А., Шамриков Б.М.** Колебания в цифровых автоматических системах. М.: Наука, 1983, 336 с.

[01.11.2018]

А в т о р: **Белов Геннадий Александрович** окончил факультет электронной техники Московского энергетического института (МЭИ) в 1961 г. В 1991 г. защитил докторскую диссертацию «Развитие теории и разработка импульсных полупроводниковых преобразователей постоянного напряжения». Заведующий кафедрой промышленной электроники Чувашского государственного университета имени И.Н. Ульянова.

Elektrichestvo, 2019, No. 5, pp. 33–46

DOI:10.24160/0013-5380-2019-5-33-46

Analysis of Transients and Validation of the Dynamic Models of a Phase Controlled DC Voltage Resonance Converter during Operation with Intermittent Current

BELOV Gennadiy A. (*Chuvash State University named I.N. Ul'yanova, Cheboksary, Russia*) – Head of the Department, Dr. Sci. (Eng.)

The article presents the results of ongoing investigations into the static and dynamic characteristics of a phase controlled resonance DC voltage converter (DCVC). For accurate calculation of transients, the fitting method in vector-matrix form was implemented. However, this method is rather cumbersome for practical applications and involves difficulties in obtaining the generalized parameters characterizing the DCVC dynamic properties that are necessary for development of DCVC closed-loop control systems. The article proposes a technique for analyzing the dynamic characteristics of a resonance DCVC operating in an intermittent current mode (ICM). The proposed technique is based on separating the processes into fast (in the resonance circuit) and slow ones (in the circuit of the output filter with the load) in combination with the averaging method. The article also proposes a simplified procedure for calculating the processes in the DCVC, according to which the mean value of current in the LC-circuit for a half switching cycle is determined, which is then used to calculate the voltage across the LC circuit capacitor at the half cycle end with the known value of this voltage at the half-cycle beginning, and also for calculating the process in the DCVC output circuit. The DCVC dynamic model is linearized, as a result of which discrete structural models suitable for synthesizing the DCVC control system and also a simple continuous model are obtained. The validity of the results is verified by determining the steady-state operation parameters according to the proposed procedure and comparing them with the previously obtained results.

К e y w o r d s: resonance DC voltage converter, phase control, process calculation procedure, dynamic models, LC-circuit difference equation, linearization, linearized structural models

REFERENCES

1. **Belov G.A.** *Materialy XI Vserossiyskoy konf. «Informatsionnye tekhnologii v elektrotekhnike i elektroenergetike (ITEE–2018)» – in Russ.* (Proceedings of the 11th All-Russia Conference «Information Technologies in Electrical and Electric Power Engineering (ITEE-2018). Cheboksary, Chuvash University, 2018, pp. 39–48.

2. **Belov G.A., Serebryannikov A.V., Pavlova A.A.** *Prakticheskaya silovaya elektronika – in Russ. (Practical Power Electrical Engineering)*, 2015, No. 4 (60), pp. 27–37.

3. **Belov G.A.** *Vysokochastotnye tiristorno-tranzistornye preobrazovateli postoyannogo napryazheniya* (High-Frequency Thyristor-Transistor DC Voltage Converters). Moscow, Elektroatomizdat, 1987, 120 p.

4. **Sam Abdel-Rahman.** Resonant LLC Converter: Operation and Design. Application Note AN2012-09, 2012, Infineon Technologies North America (ITNA) Corp. [Electron. resurs] www.infineon.com. (Data obrashcheniya 18.09.2018).

5. **Silvio De Simone.** LLC Resonant Half-Bridge Converter Design Guideline. Application Note AN2450, 2014. [Electron resurs] www.st.com. (Data obrashcheniya 21.09.2018).

6. **Butenin N.V., Neymark Yu.I., Fufaev N.L.** *Vvedeniye v teoriyu nelineynykh kolebaniy* (Introduction to the Nonlinear Oscillations Theory). Moscow, Nauka, 1987, 384 p.

7. **Besekerskiy V.A.** *Tsifrovyye avtomaticheskiye sistemy* (Digital automatic systems). Moscow, Nauka, 1976, 576 p.

8. **Shipilov V.P., Dolbnya V.T., Zezul'kin G.G.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1978, No. 11, pp. 37–43.

9. **Belov G.A.** *Teoriya impul'snykh preobrazovateley* (Theory of Impulse Converters). Cheboksary, Chuvash State University, 2016, 310 p.

10. **Kosyakin A.A., Shamrikov B.M.** *Kolebaniya v tsifrovyykh avtomaticheskikh sistemakh* (Oscillations in Digital Automatic Systems). Moscow, Nauka, 1983, 336 p.

[01.11.2018]